

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE TRANSPORTES Y TELECOMUNICACIONES
MINISTERIO DE ECONOMÍA, FOMENTO Y RECONSTRUCCIÓN

**ANEXOS: INFORME DE LOS MINISTERIOS DE
TRANSPORTES Y TELECOMUNICACIONES Y DE
ECONOMÍA, FOMENTO Y RECONSTRUCCIÓN
RESPECTO DE LAS CONSULTAS Y CONTROVERSIAS
PLANTEADAS AL INFORME DE OBJECIONES Y
CONTRAPROPOSICIONES A LAS TARIFAS
PROPUESTAS POR LA CONCESIONARIA MÓVIL PARA
LOS SERVICIOS AFECTOS A FIJACIÓN TARIFARIA
CORRESPONDIENTES AL QUINQUENIO 2004-2009.**

8 de Diciembre de 2003
SUBSECRETARÍA DE TELECOMUNICACIONES



INDICE GENERAL

| | | |
|------------------|---|-----------|
| <u>1.</u> | <u>Determinación de la Cobertura Geográfica para el Modelo</u> | 2 |
| <u>2.</u> | <u>Modelo de Localización de Conmutadores</u> | 22 |
| <u>3.</u> | <u>Presentación del Modelo Tarifario</u> | 31 |
| <u>4.</u> | <u>Publicidad</u> | 44 |
| <u>5.</u> | <u>Curvas de Tráfico</u> | 45 |
| <u>6.</u> | <u>Modelo Equilibrio - Elasticidades</u> | 57 |

1. Determinación de la Cobertura Geográfica para el Modelo

La cobertura de la empresa eficiente de telefonía móvil para el modelo CMM-SUBTEL se define como la unión de la cobertura actual de las empresas móviles, ya que por ley éstas están obligadas a cumplir con las coberturas ganadas en el proceso de concesión. Debido a esto, el emplazamiento actual de las antenas y estaciones base de telefonía móvil debería reflejar el área entregada en concesión a las empresas, y por lo tanto el área a cubrir por la empresa móvil eficiente a modelar.

Antecedentes

Para el cálculo del área cubierta actual por los sitios de antenas para la telefonía móvil se contó con las siguientes fuentes de datos:

- **Base de datos de Antenas:** En esta base de datos se encuentran las antenas inscritas en el diario oficial, con su ubicación geográfica expresada en la latitud y longitud correspondiente. Además de estos datos se encuentra el año de publicación del decreto y la empresa a la cual pertenece la antena o sitio. Esta información fue levantada de los decretos de instalación de BTS, incluidas las BTS del año 2002 en su totalidad.
- **Sistema de información geográfico del MOP (SIGMOP):** Consta de una serie de mapas proporcionados por el instituto geográfico militar al Ministerio de Obras Públicas y complementado con los datos del censo del año 2002. La mayoría de los mapas se encuentran en escala 1:250.000 y el geode de referencia utilizado para su creación corresponde al del DATUM PSAD56, para el uso horario 19 sur.

Análisis Territorial

Previo al análisis de la cobertura de las empresas de telefonía móvil, se calculó el área potencial a cubrir por estas. Para esto se utilizó el sistema de información geográfico del MOP, el cual fue enriquecido con información para poder crear las áreas de cobertura.

La información inicial consistía en un mapa con la información comunal, esta se actualizó según los datos del censo 2002. Obteniéndose para todo Chile un mapa como el mostrado en el ejemplo de la Figura 1-1.

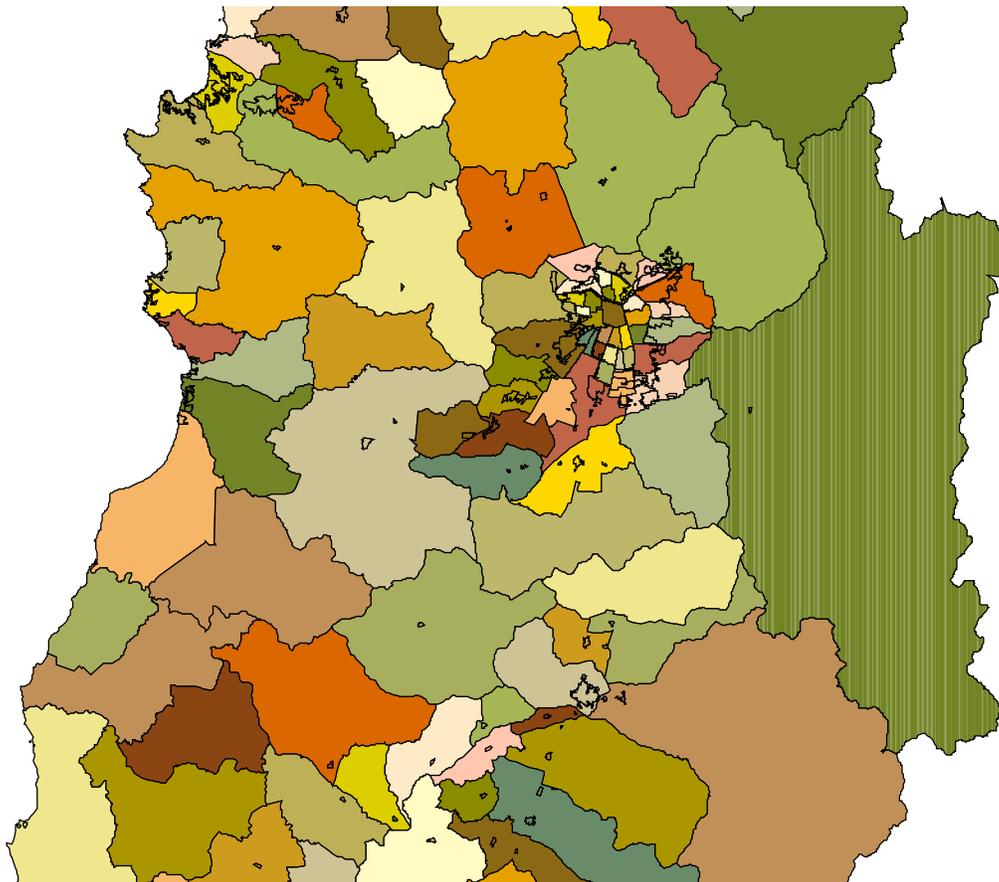


Figura 1-1: Ejemplo Zona Central Separado en Comunas

Para lograr una mejor desagregación del área nacional se cruzó la información anterior con los contornos de las ciudades con más de 5 000 habitantes del país, para generar áreas urbanas dentro de las comunas. Un ejemplo de esto se puede apreciar en la Figura 1-2, en estas se pueden ver las diferencias entre las áreas.

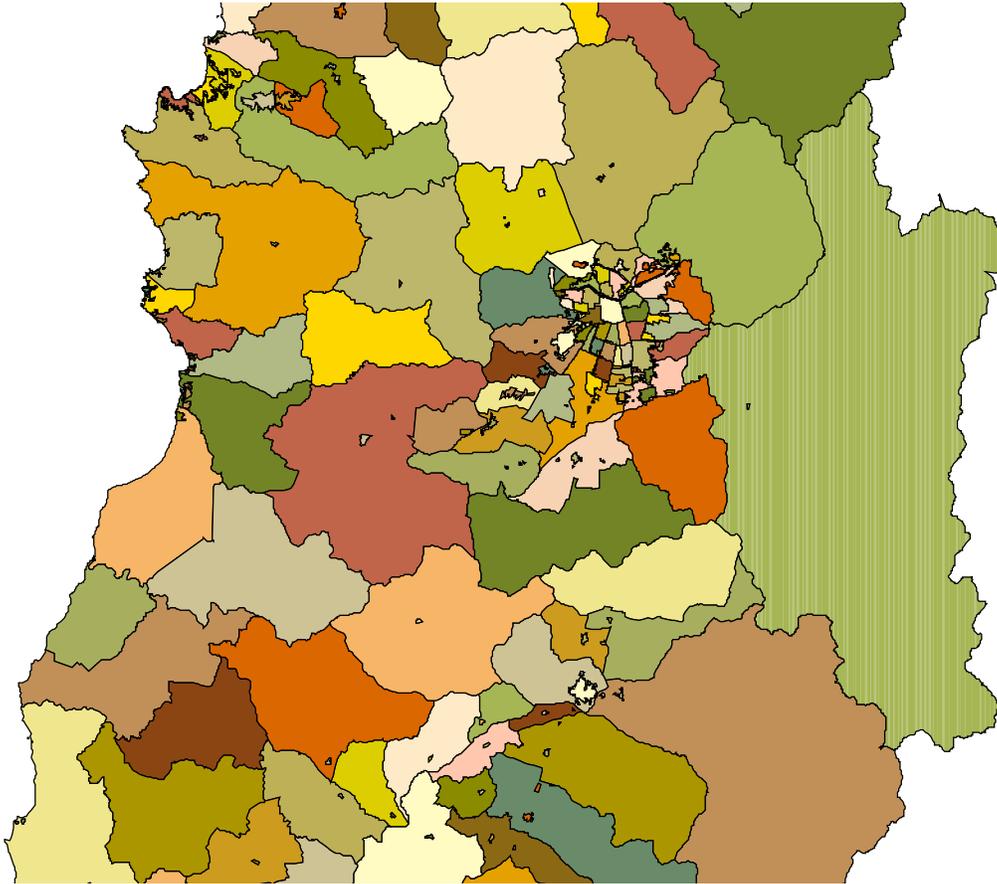


Figura 1-2: Ejemplo Zona Central Separado en Comunas Parte Rural y Parte Urbana

En lo referente a la determinación de las áreas de cobertura se tomaron sectores productivos y habitacionales a los cuales las empresas de telefonía están dando servicio actualmente. Para esto se identificaron los tipos de sectores según la ubicación de los BTS dentro del país. De esta forma se identificaron 3 grandes sectores: Un sector llamado Chile Habitable, el cual incluye el área total de Chile, descontando salares, altas montañas, glaciares, etc.. El segundo sector correspondió a las áreas industriales alejadas de las zonas habitables, como lo son por ejemplo las áreas mineras. Y un tercer tipo de sector correspondió a los sectores con potencialidad turística.

Es importante recalcar que la ubicación de las BTS actuales se utilizó para determinar el tipo de sector al cual la empresa de telefonía móvil da servicio, y no se utilizaron las BTS para determinar estas áreas. Las áreas de los tipos de sectores fueron previamente definidos, por lo que exceden en mucho al área de cobertura real de las empresas.

Un ejemplo del Chile Habitable es el mostrado en la Figura 1-3. En esta se puede apreciar que las zonas de alta montaña figuran como no habitables.

SUBSECRETARIA DE TELECOMUNICACIONES

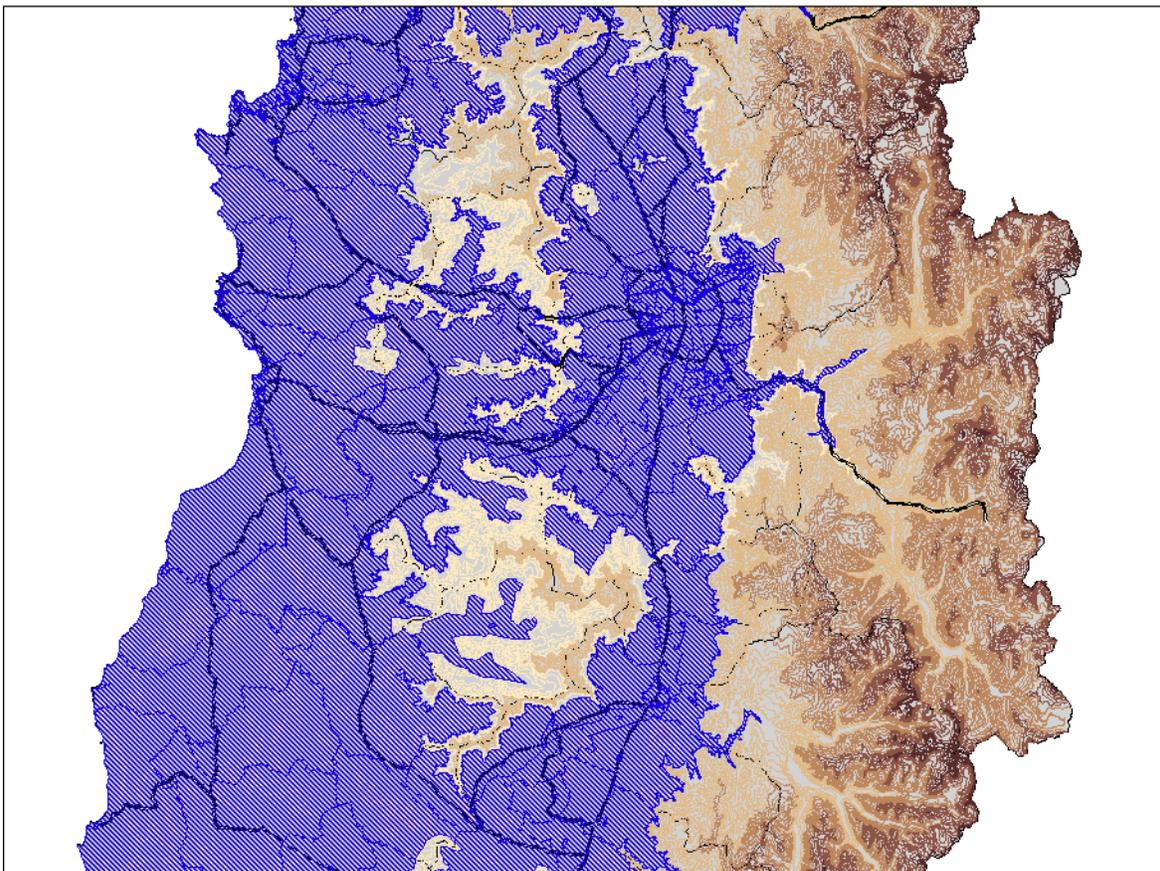


Figura 1-3: Ejemplo Zona Central Región Habitable

Un ejemplo de las zonas de producción minera es como el que se ve en la Figura 1-4, la que incluye procesos extractivos de materiales metálicos tanto como no metálicos.

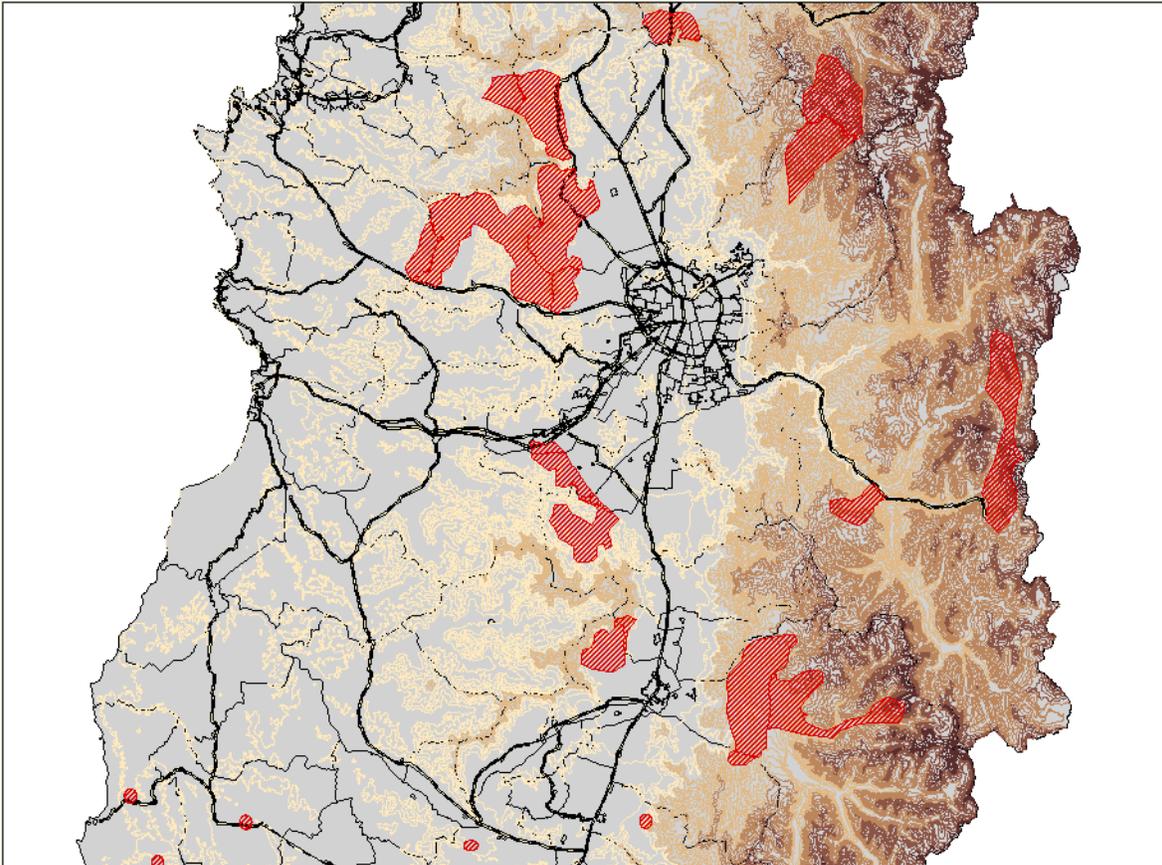


Figura 1-4: Ejemplo Zona Central Región de Producción Minera

Un ejemplo de las zonas de interés turístico es como el que se puede ver en la Figura 1-5, en particular esta zona incluye las áreas de centros turísticos de invierno, donde efectivamente se encuentran BTS.

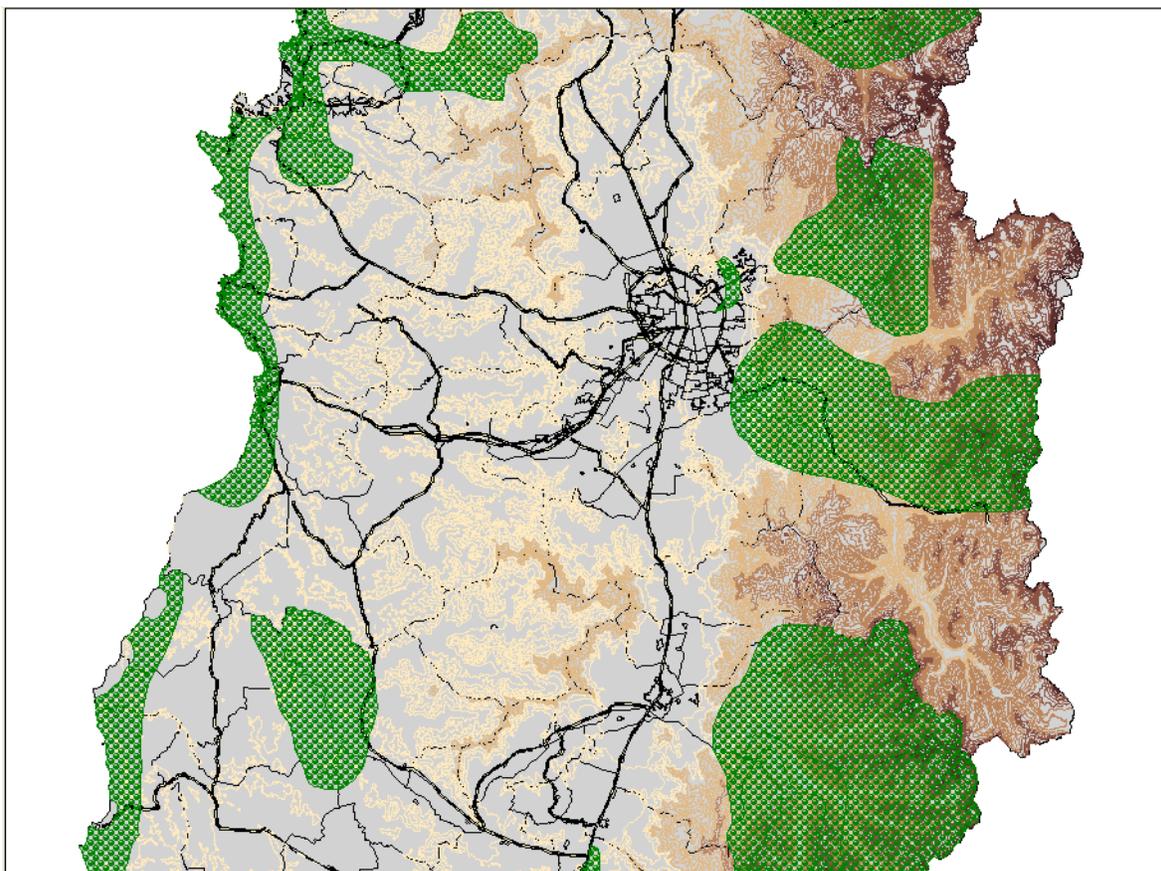


Figura 1-5: Ejemplo Zona Central Región de Interés Turístico

Una vez determinadas las áreas a cubrir estas se superpusieron para obtener un área total potencial para la cobertura de la telefonía móvil. Un ejemplo de esta superposición de las áreas se puede apreciar en la Figura 1-6.

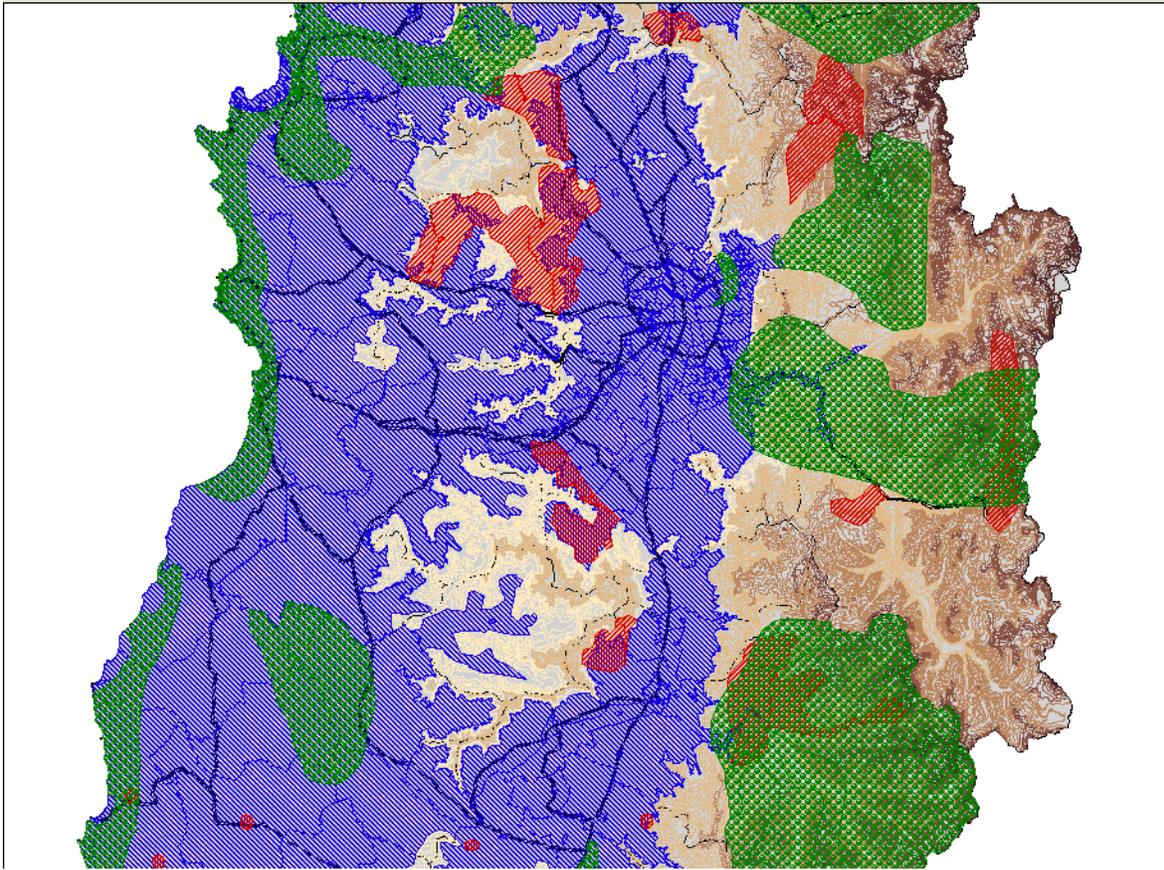


Figura 1-6: Ejemplo Zona Central Unión e Áreas para la Cobertura

Metodología utilizada para la determinación del área de Cobertura de reposición

Para la determinación del área de cobertura se tomó la siguiente metodología de cálculo.

a) Transformación Geodésica de la Base de Datos de Antenas

A través de transformaciones geodésicas se logró pasar los datos de las antenas expresados en latitud y longitud a coordenadas UTM (Universal Transverse Mercator). Un ejemplo de antenas localizadas se puede apreciar en las Figuras siguientes y en particular en la Figura 1-7, donde se aprecia en puntos verdes la ubicación de las antenas de todas las empresas. También en la Figura 1-7 se puede notar la gran concentración de BTS en Santiago y en los otros centros urbanos como Viña del Mar y Valparaíso.

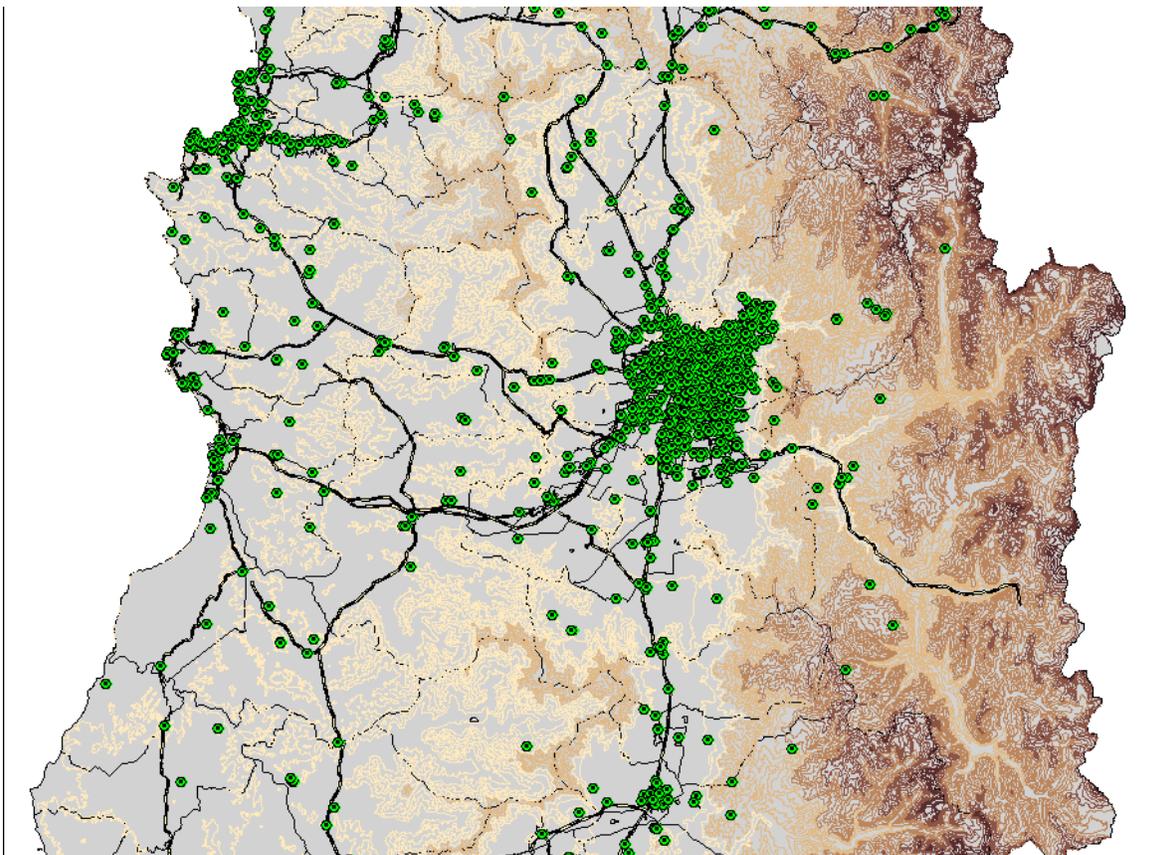


Figura 1-7: Ejemplo de BTS Localizadas

b) Asignación de Radio de Cobertura a las Antenas

Una vez ubicadas las antenas en el SIG del MOP, a estas se les asignó un radio de cobertura máximo, basado en especificaciones técnicas de una red transmitiendo en el ancho de banda de los 1900 MHz (Radios de Cobertura de Diseño), con antenas de cobertura radial (con esto se está sobrestimando la cobertura de las antenas), esto es sin considerar obstáculos como los edificios y cerros.

La tarea fue realizada a través de un software de manejo de sistemas de información geográficos. Con esto se crearon los polígonos asociados a las coberturas como la unión de las coberturas de todas las empresas, sobre el área de Chile comprendida por la unión de las tres áreas de cobertura potencial nombradas en la sección anterior (zona habitable, zona minera y zona turística).

Un ejemplo de esta zona se puede apreciar en la Figura 1-8 donde en rojo está el área total cubierta calculada.

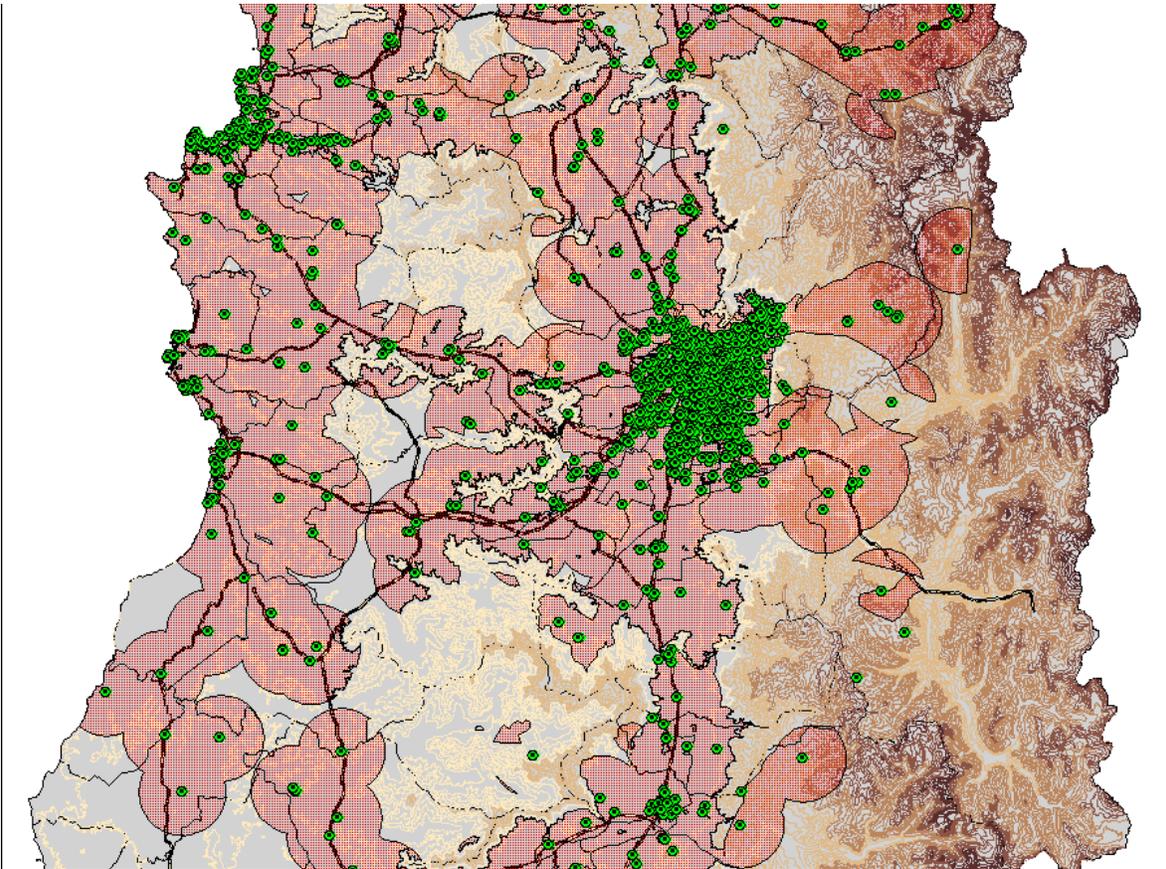


Figura 1-8: Ejemplo de Área Total Cubierta

c) *Área cubierta según el tipo de áreas*

A priori se determinó que el modelo incluiría tres tipos de áreas, un área densourbana, un área Urbana y un área rural. Esto debido a que la población de Chile no se distribuye uniformemente en las comunas, de esta forma en el 30% del área del país se concentra el 90% de la población (usando como unidad de área el área comunal). Esto se puede apreciar en la Figura 1-9.

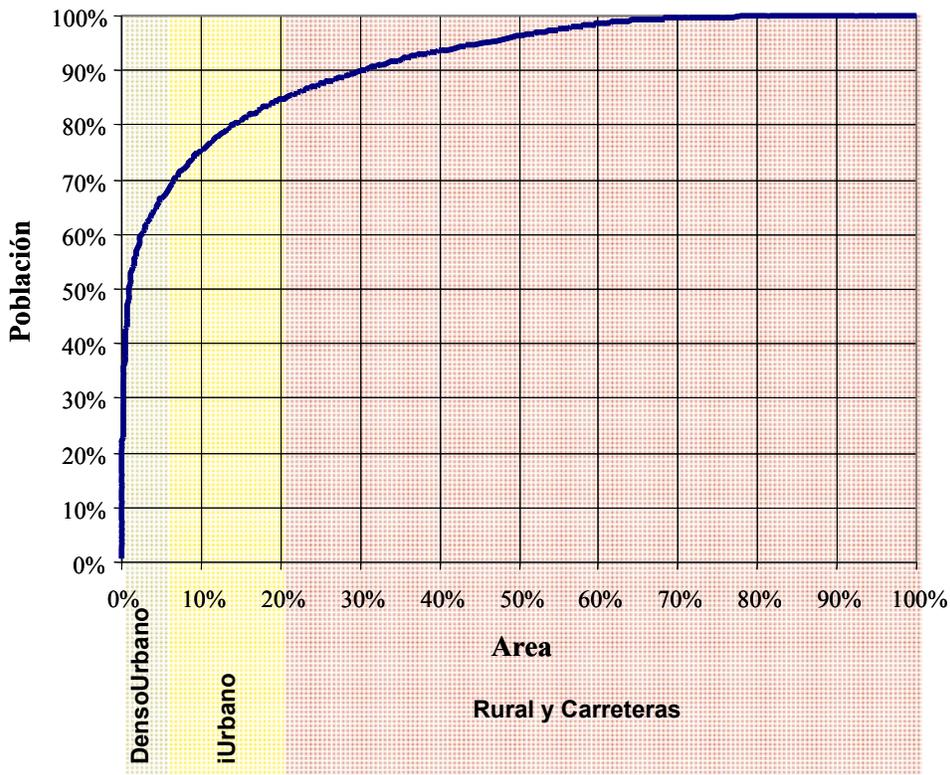


Figura 1-9: Áreas del País y Ubicación de la Población (Nota: los tamaños de las áreas de la Figura son referenciales y no representan las verdaderas proporciones calculadas)

Para poder discriminar entre los distintos tipos de zonas que componen una zona primaria, se buscó un dato demográfico que tuviese correlación con el número de antenas en una comuna. La población comunal no guardaba casi ninguna correlación con el número de antenas o la cobertura geográfica, tal como se puede apreciar en la Figura 1-10.

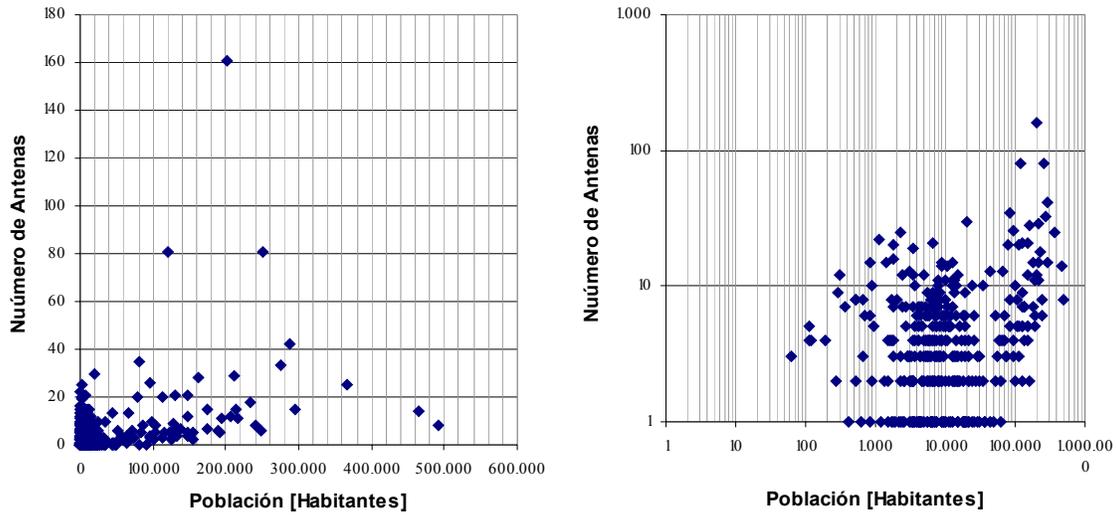


Figura 1-10: Gráficos de Número de antenas por población a nivel comunal.

El comportamiento observado en la Figura 1-10, no se repite para el caso en que se agrega la población comunal a nivel de zona primaria. En este caso el número de antenas guarda una estrecha relación con el número de habitantes, tal y como se ve en la Figura 1-11.

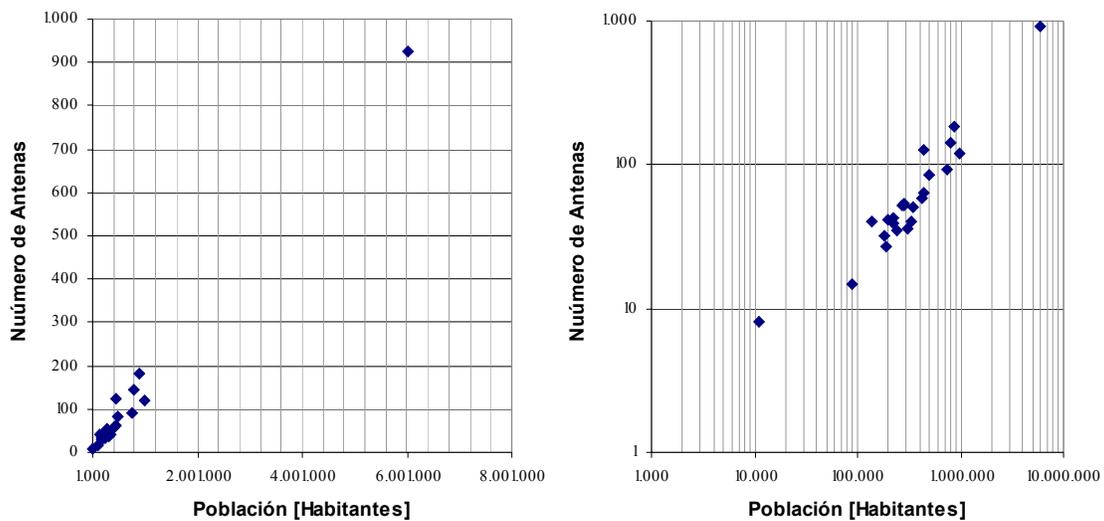


Figura 1-11: Gráficos de Número de antenas por población a nivel de zona primaria.

Debido a que no se encontró una correlación entre la población actual y la cantidad de antenas por área comunal rural y urbana, se decidió tipificar las áreas de acuerdo a la cantidad de BTS emplazadas (o que pertenezcan al área de influencia de éstas) en ellas, en áreas densourbanas, urbanas y rurales.

De esta forma se obtuvo un mapa de áreas por zona primaria en forma muy detallada como se puede apreciar en los siguientes ejemplos de las Figuras:

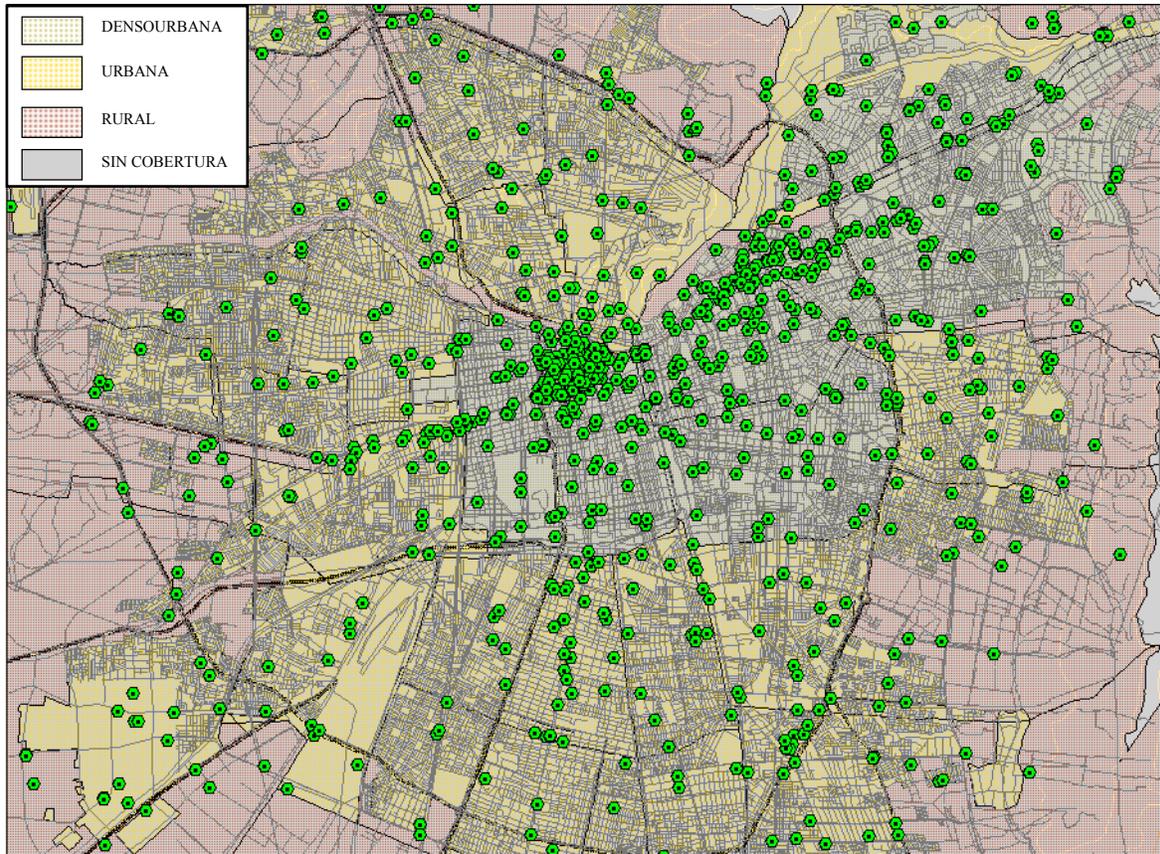


Figura 1-12: Ejemplo Emplazamiento de BTS en el Gran Santiago

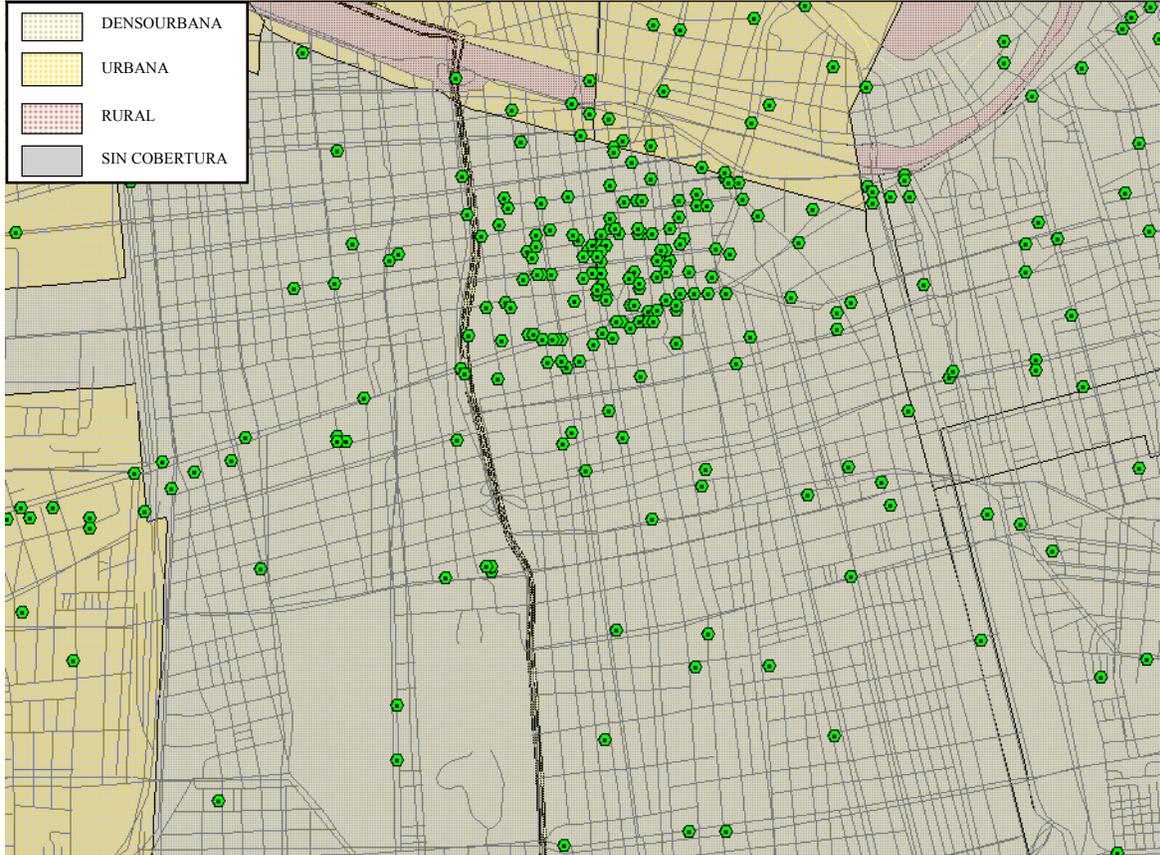


Figura 1-13: Ejemplo de Ubicación de BTS en la Comuna de Santiago y Alrededores

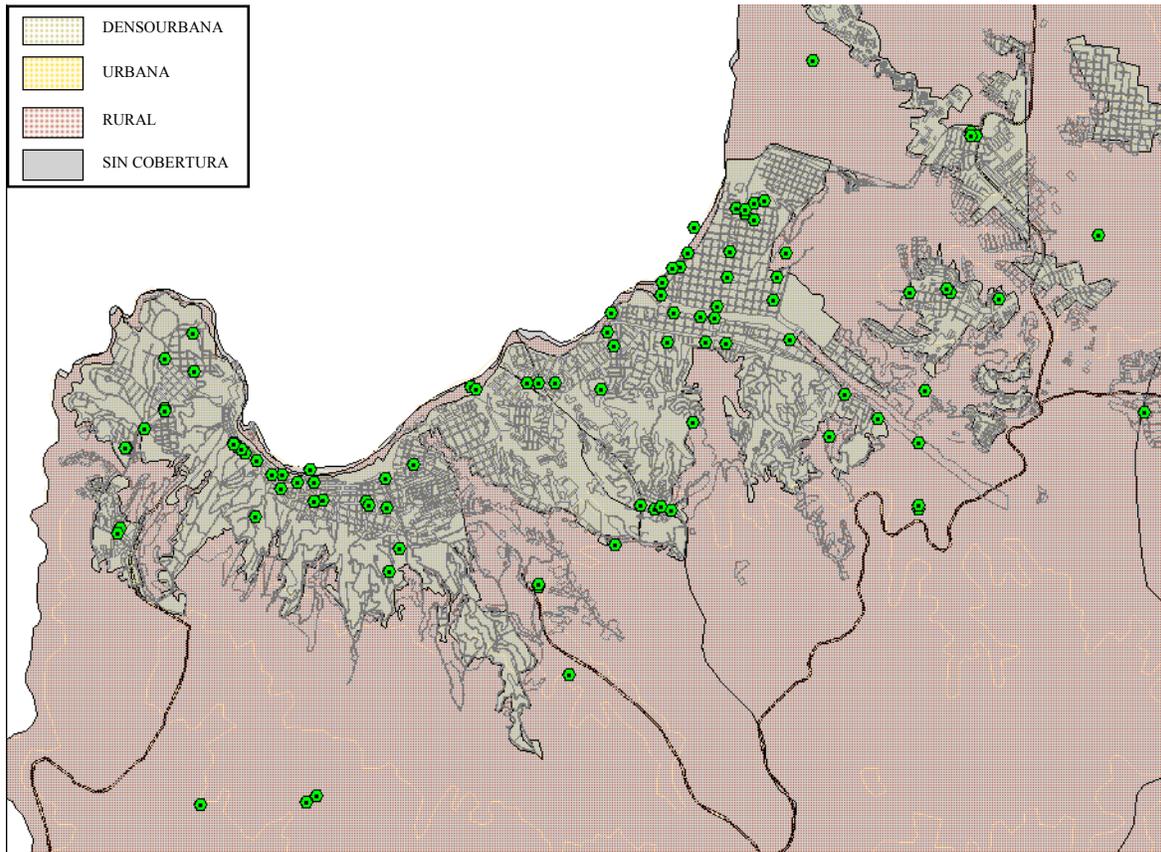


Figura 1-14: Ejemplo Emplazamiento de BTS en el Valparaíso-Viña

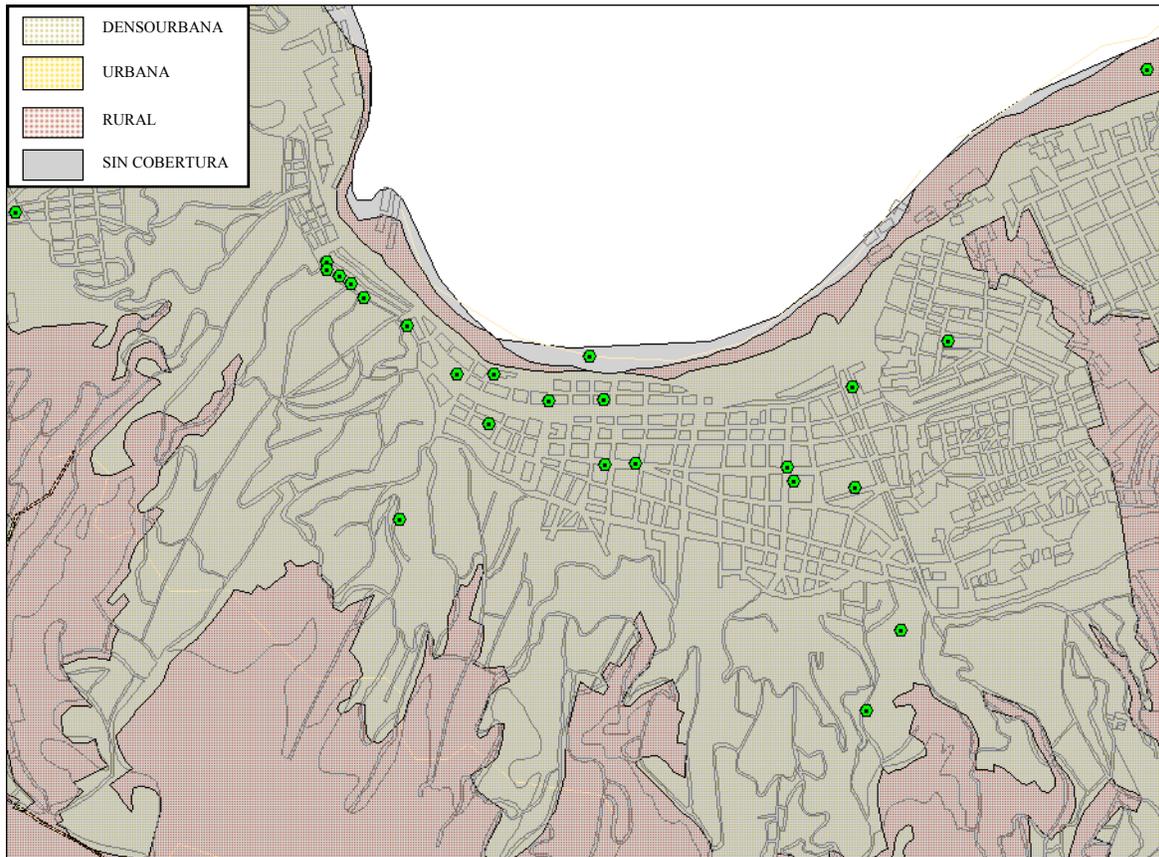


Figura 1-15: Ejemplo Emplazamiento de BTS en Valparaíso

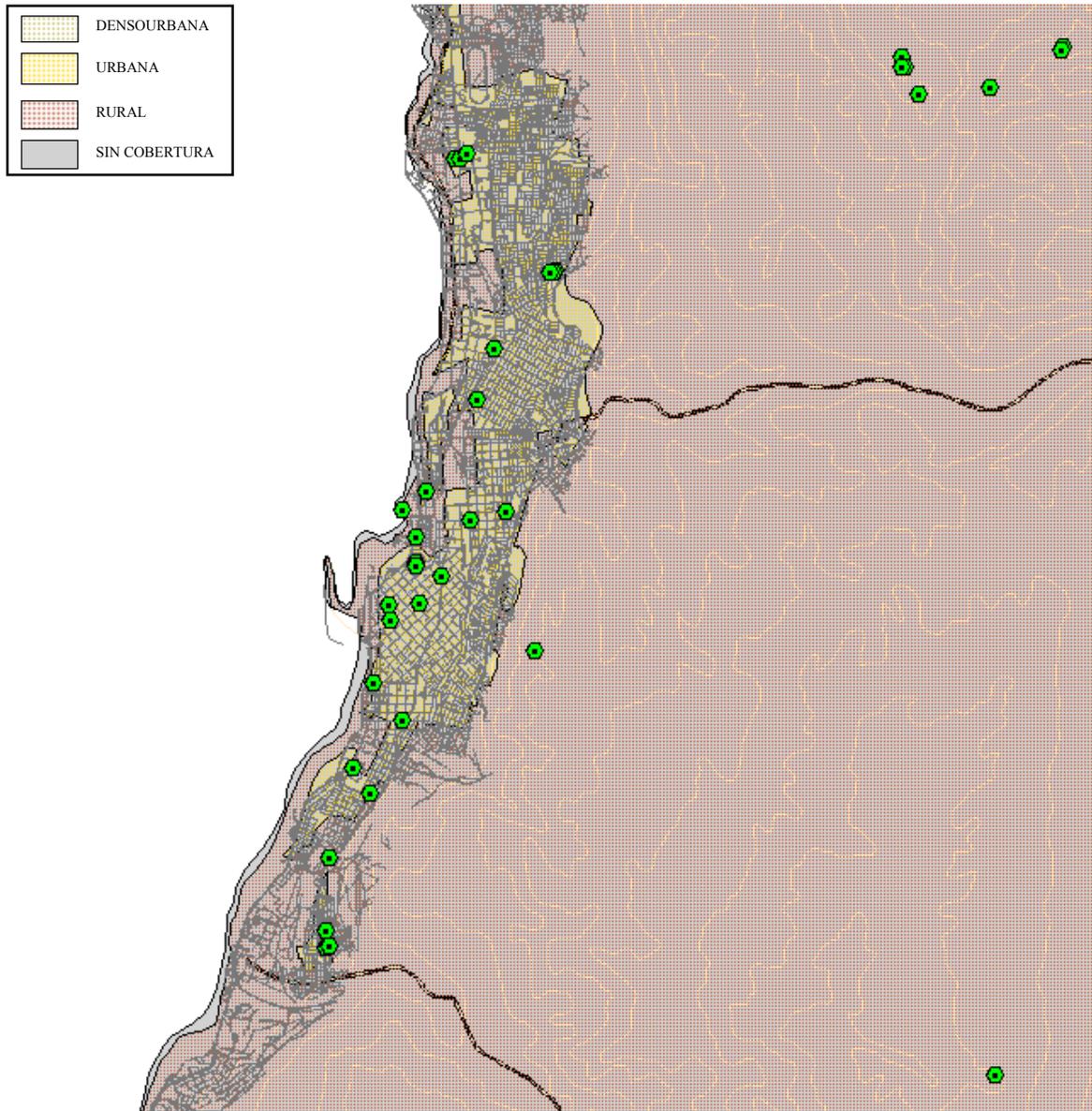


Figura 1-16: Ejemplo Emplazamiento de BTS en Antofagasta



Resultados de los Cálculos de áreas

Los resultados de los cálculos de áreas de cobertura se resumen por zona primaria en la siguiente tabla:

Tabla 1-1: Resultados de Cálculos de Áreas en Zona Primaria

| ZP | Km ² DensoUrbano | Km ² Urbano | Km ² Rural |
|----|-----------------------------|------------------------|-----------------------|
| 2 | 39.74 | 556.66 | 1,138.74 |
| 32 | 13.45 | 158.55 | 704.06 |
| 33 | | 81.80 | 581.00 |
| 34 | | 49.80 | 281.71 |
| 35 | | 67.00 | 293.71 |
| 41 | 7.44 | 98.45 | 1,591.38 |
| 42 | 0.46 | 55.50 | 1,793.45 |
| 43 | 0.80 | 44.90 | 1,560.71 |
| 45 | 4.08 | 110.87 | 3,827.59 |
| 51 | 3.94 | 63.46 | 2,469.70 |
| 52 | | 45.70 | 4,365.91 |
| 53 | | 26.60 | 2,609.83 |
| 55 | 6.50 | 47.96 | 15,771.19 |
| 57 | 4.14 | 13.26 | 6,206.12 |
| 58 | 1.54 | 30.66 | 894.90 |
| 61 | 1.90 | 20.76 | 11,610.37 |
| 63 | 0.45 | 34.66 | 2,591.93 |
| 64 | 1.70 | 35.20 | 2,140.97 |
| 65 | 2.06 | 56.72 | 7,449.55 |
| 67 | | 16.30 | 264.70 |
| 71 | 1.25 | 32.23 | 1,135.83 |
| 72 | | 159.90 | 1,965.73 |
| 73 | 0.12 | 44.06 | 1,626.51 |
| 75 | 0.25 | 27.40 | 888.69 |

Cálculo de las Carreteras a Cubrir

Las carreteras a cubrir fueron tomadas sobre la base de las carreteras actualmente cubiertas, aunque éstas no lo estén en toda su extensión. Las carreteras consideradas son las clasificadas por el MOP como caminos de tipo A, en toda su extensión bajo la premisa de que éstas tengan al menos una porción cubierta actualmente. El resultado de las carreteras por zona primaria resultó ser el siguiente:

Tabla 1-2: Carreteras a Cubrir por Zona Primaria

| ZP | Km. |
|----|--------|
| 2 | 169.25 |
| 32 | 120.00 |
| 33 | 190.00 |
| 34 | 17.00 |
| 35 | 155.00 |
| 41 | 120.00 |
| 42 | 209.00 |
| 43 | |
| 45 | 377.00 |
| 51 | 99.00 |
| 52 | 446.00 |
| 53 | 250.00 |
| 55 | 845.00 |
| 57 | 214.00 |
| 58 | 316.00 |
| 61 | |
| 63 | 92.00 |
| 64 | 301.00 |
| 65 | 203.00 |
| 67 | |
| 71 | 150.00 |
| 72 | 153.75 |
| 73 | |
| 75 | |

Evolución de la Cobertura a través de los años

La evolución general de la cobertura a través de los años indica que esta se encuentra en un estado de maduración por lo que el crecimiento de esta debería ser decreciente tal y como se puede apreciar en la Figura 1-17.

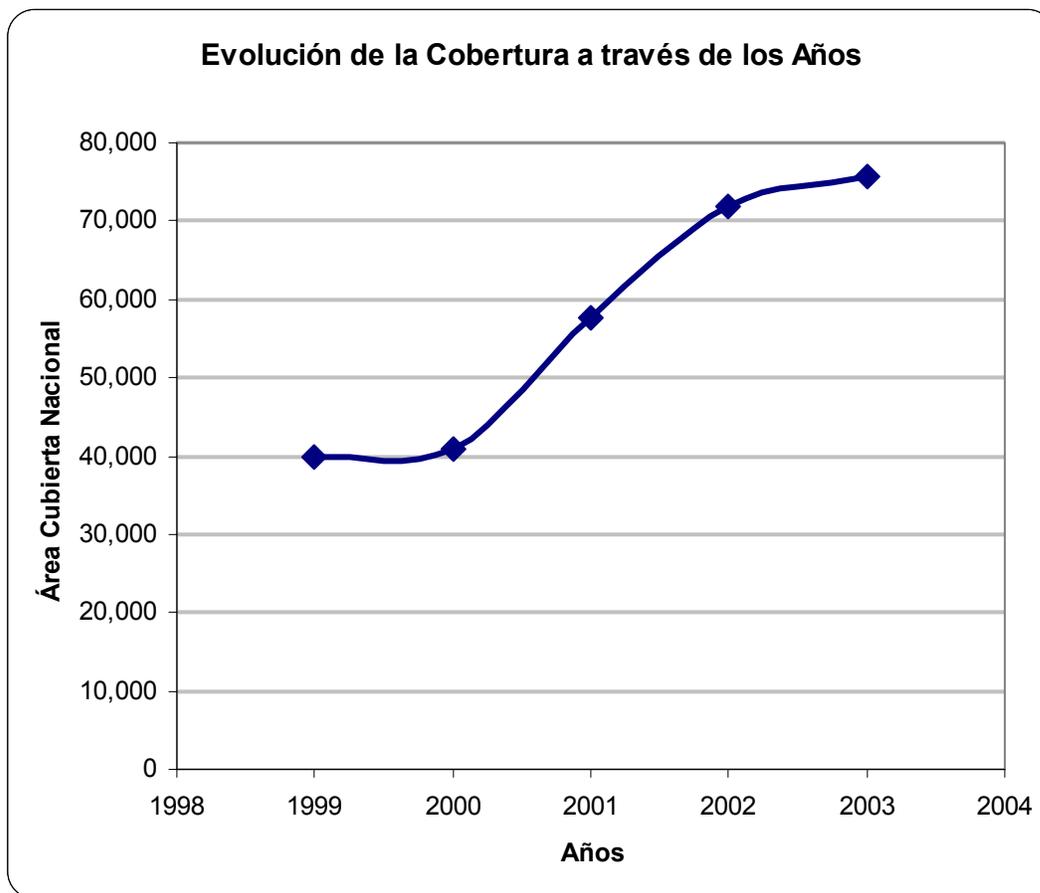


Figura 1-17: Evolución de la Cobertura Nacional

De esta forma se obtuvo como resultado que la cobertura a través de los años ha tenido una tasa de crecimiento característica de una curva S. A través de una estimación de esta tendencia se llegó que el crecimiento esperado era un número menor al 3% el cual se aproximó a su cajón superior, obteniéndose una tasa de crecimiento del 3% para la cobertura al año 2003. Esta tasa de crecimiento se supuso constante para el período tarifario, para así incentivar la aparición de nuevas BTS a través del período.

| Años | Área en km ² | Tasa de Crecimiento Anual |
|------|-------------------------|---------------------------|
| 1999 | 39,818 | |
| 2000 | 40,818 | 3% |
| 2001 | 57,764 | 42% |
| 2002 | 71,981 | 25% |
| 2003 | 75,732 | 5% |

De forma similar se obtuvo que las áreas han aumentado el número de antenas, por lo que se ha producido una densificación de estas. Para reflejar este proceso se supuso que las zonas Urbanas y Densourbanas tienen una tasa de crecimiento superior a la de las otras zonas, obteniéndose una tasa de crecimiento anual de un 8% (aproximado por cajón superior) para las zonas Densourbanas y una tasa de crecimiento de un 10% (aproximado por cajón superior) para las zonas Urbanas.

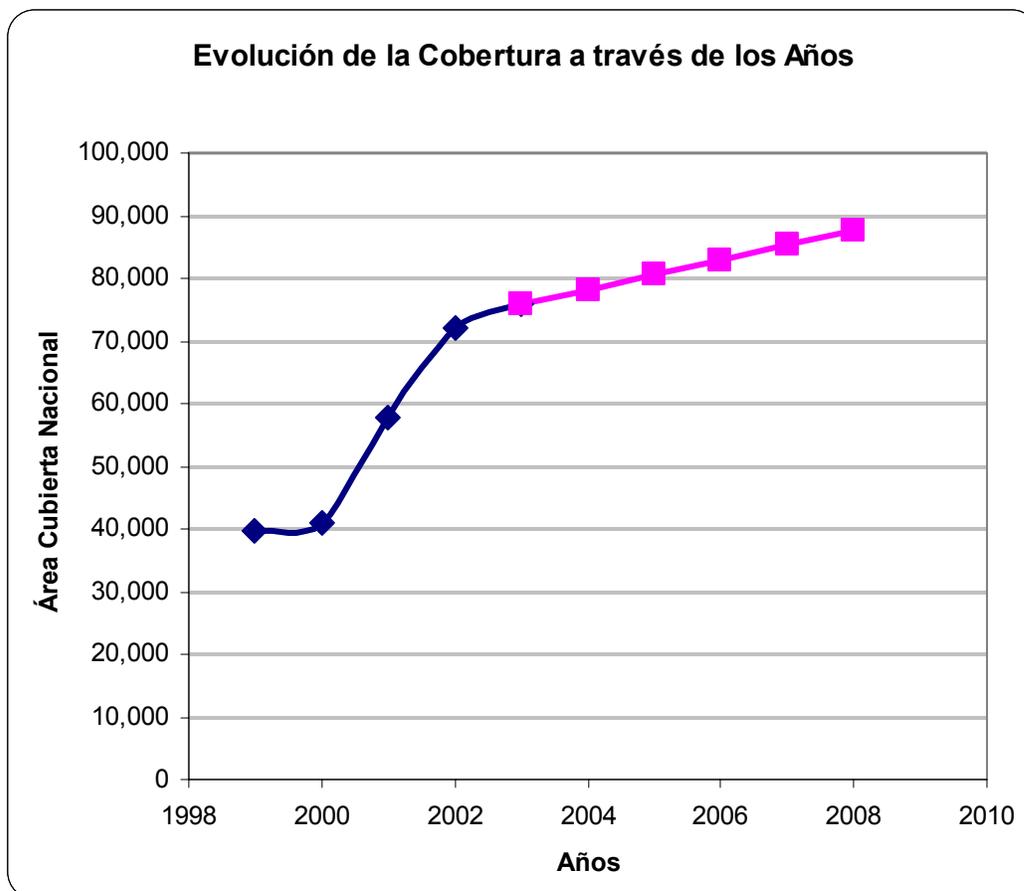


Figura 1-18: Crecimiento de la Cobertura Propuesto

2. Modelo de Localización de Conmutadores

Descripción Del Modelo

El modelo que se describe a continuación, corresponde a una formulación de *optimización lineal mixta* (variables continuas y entera). Este modelo es una simplificación, en el sentido que considera que hay una relación lineal entre el tráfico (Erlangs) y el número de circuitos. Esta suposición puede relajarse posteriormente. El modelo de localización de conmutadores es utilizado también por el proceso iterativo de equilibrio-elasticidades, el cual requiere en principio actualizar el dimensionamiento de las capacidades de conmutadores en cada iteración.

El modelo ha sido programado en AMPL y está siendo solucionado con el software comercial de optimización lineal mixta CPLEX.

Se describe a continuación el modelo, dividido de acuerdo a sus elementos básicos:

- Unidades geográficas básicas del modelo: se define como unidades geográficas básicas del modelo a los centros poblados más importantes (de cada zona primaria). En dicho centro poblado se reciben el tráfico proveniente de los controladores de estaciones base (BSC), así como el tráfico correspondiente a la conexión con otras compañías. También cada uno de estos centros puede alojar conmutadores móviles.
- Debe notarse que se considera que el costo de manejar el tráfico propio es igual al costo de manejar el tráfico que va desde y hacia otras empresas. Ello es correcto si, en primer lugar, los Puntos de Terminación de Red (PTR) de las empresas están localizados en las mismas ciudades que los BSC propios. De otro modo, pueden tratarse los PTR como si fuesen ciudades extra con tráfico propio. En segundo lugar, la suposición es correcta si los cargos de acceso son iguales a lo largo de todo el país.
- Modelación del sistema: el sistema se ha modelado como una red en la cual los nodos corresponden a centros de población (con BSC y PTR) y/o a localizaciones de conmutadores y los arcos representan las distancias más cortas entre éstos. Cada centro tiene una demanda determinada por año y posee capacidad inicial nula de conmutación, pero es un candidato a la localización de conmutadores, con capacidad inicial y final fijas.



Formulación Matemática

Conjuntos:

- I : Conjunto de locaciones de centros de demanda
 K : Conjunto de potenciales locaciones de conmutadores
 T : Conjunto de años de la evaluación (1 a 5)
 S : Conjunto de tipos de conmutadores

Parámetros:

- C_{skt} : Costo fijo de instalación de un conmutador tipo $s \in S$ en el nodo $k \in K$ en año $t \in T$.
 Cp_t : Costo de agregar capacidad adicional a un conmutador, en el año $t \in T$.
 Cc_{ijt} : Costo de interconexión por unidad de capacidad entre los nodos $i \in I \cup K$ y $j \in I \cup K$.
 Dem_{ijt} : Demanda por capacidad entre los nodos $i \in I \cup K$ y $j \in I \cup K$ en año $t \in T$.
 $CapMax^s$: Capacidad máxima de un conmutador tipo $s \in S$.
 $CapMin^s$: Capacidad mínima de un conmutador tipo $s \in S$.
 P_{kt} : Penalidad de sobrecarga de tráfico en conmutador $k \in K$ en año $t \in T$.

Variables de Decisión:

- z_{ikt} : Tráfico entre el centro de demanda en el nodo $i \in I$ a conmutadores localizados en el nodo $k \in K$ en el año $t \in T$.
 y_{klt}^i : Tráfico entre conmutadores localizados en $k \in K$ y $l \in K$, llevando tráfico proveniente del nodo $i \in I$, en el año $t \in T$.
 x_{kjt}^i : Tráfico entre conmutadores localizados en $k \in K$ con el nodo de demanda en $j \in I$, llevando tráfico proveniente del nodo $i \in I$ en el año $t \in T$.
 NSw_{kt}^s : Número de conmutadores nuevos de tipo $s \in S$ que se instalan en el nodo $k \in K$, en el año $t \in T$.
 Sw_{kt}^s : Número de conmutadores de tipo $s \in S$ que se instalan en el nodo $k \in K$, en el año $t \in T$, o han sido instalados en años anteriores.
 Cap_{kt} : Capacidad de los conmutadores que tiene el nodo $k \in K$, en el año $t \in T$.
 Amp_{kt} : Ampliación de conmutadores, que tiene el nodo $k \in K$, en el año $t \in T$.
 $Over_{kt}$: Sobrecarga de tráfico que debe aceptar el conmutador en $k \in K$, en el año $t \in T$.

Restricciones:

- R1.- La suma total de tráfico entre un nodo $i \in I$ y los conmutadores $k \in K$ a los que está conectado, sea igual a la demanda total del nodo $i \in I$, en todos los años:

$$\sum_{k \in K} z_{ikt} = \sum_{j \in I} Dem_{ijt} \quad \forall i \in I; \forall t \in T$$

SUBSECRETARIA DE TELECOMUNICACIONES



- R2.- La suma total de tráfico que llegan a un nodo $j \in I$ desde los conmutadores $k \in K$, provenientes del nodo de origen $i \in I$, debe ser igual a la demanda total de comunicación entre $i \in I$ y $j \in I$.

$$\sum_{k \in K} x_{kjt}^i = Dem_{ijt} \quad \forall i \in I; \forall j \in J; \forall t \in T$$

- R3.- La suma total de demanda que llega a un conmutador $k \in K$, llevando tráfico proveniente del nodo $i \in I$, debe ser igual a la suma del tráfico que sale del conmutador, también llevando tráfico proveniente de $i \in I$.

$$z_{ikt} + \sum_{l \in K} y_{lkt}^i = \sum_{l \in K} y_{lkt}^i + \sum_{j \in I} x_{kjt}^i \quad \forall i \in I; \forall k \in K; \forall t \in T$$

- R4.- No pueden llegar tráfico al nodo $j \in I$, desde un conmutador en $k \in K$, si no existe tal conmutador.

$$x_{kjt}^i \leq Dem_{ijt} \sum_{s \in S} Sw_{kt}^s \quad \forall i \in I; \forall j \in I; \forall k \in K; \forall t \in T$$

- R5.- La suma de las capacidades de los conmutadores en el nodo $k \in K$ en el año $t \in T$, debe ser suficiente para atender la demanda.

$$\sum_{i \in I} z_{ikt} + \sum_{i \in I} \sum_{l \in K} y_{lkt}^i \leq Cap_{kt} + Over_{kt} \quad \forall k \in K; \forall t \in T$$

- R6.- La capacidad de los conmutadores en el nodo $k \in K$ es igual a la capacidad que tenían en el año anterior, más las ampliaciones del año $t \in T$ y las adiciones de conmutadores nuevos para el año 1, la capacidad del período anterior es cero.

$$Cap_{kt} = Cap_{k(t-1)} + \sum_{s \in S} CapMin^s NSw_{kt}^s + Amp_{kt} \quad \forall k \in K; t \geq 2$$

$$Cap_{k1} = \sum_{s \in S} CapMin^s NSw_{k1}^s + Amp_{k1} \quad \forall k \in K$$

- R7.- Hay capacidad máxima de los conmutadores.

$$Cap_{kt} \leq \sum_{s \in S} CapMax^s Sw_{kt}^s \quad \forall k \in K; \forall t \in T$$

- R8.- Hay capacidad mínima de nuevos conmutadores.

$$Cap_{kt} \geq Cap_{k(t-1)} + \sum_{s \in S} CapMin^s NSw_{kt}^s \quad \forall k \in K; t \geq 2$$



$$Cap_{k1} \geq \sum_{s \in S} CapMin^s NSw_{k1}^s \quad \forall k \in K$$

- R9.- El número de conmutadores permanece o se incrementa en el tiempo.

$$Sw_{kt}^s = Sw_{k(t-1)}^s + NSw_{kt}^s \quad \forall k \in K; \forall s \in S; t \geq 2$$

$$Sw_{k1}^s = NSw_{k1}^s \quad \forall k \in K; \forall s \in S$$

Función Objetivo:

- El modelo minimiza el costo de instalación y ampliación de conmutadores:

$$\min \left\{ \sum_{s \in S} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} C_{skt} NSw_{skt} + \sum_{t \in T} Cp_t Amp_{kt} \right\}$$

- Minimiza el costo de conexión entre nodos:

$$\min \left\{ \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} Cc_{ikt} z_{ikt} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{l \in K} \sum_{t \in T} Cc_{ijt} y_{klt}^i + \sum_{i \in I} \sum_{l \in K} \sum_{j \in I} \sum_{t \in T} Cc_{ijt} x_{ljt}^i \right\}$$

- Y minimiza el costo de disminuir el grado de servicio (penalidad):

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T} P_{kt} Over_{kt}$$

Resultados del modelo de localización de MSC o Conmutadores

La localización óptima en forma esquemática de los MSC de acuerdo a la función objetivo y restricciones descritas anteriormente es la siguiente, en donde se incluyó en particular en forma exógena el criterio de seguridad de 2 switch en Santiago:

Antofagasta: 1 Conmutador, que da servicio a Arica, Iquique y Antofagasta mayoritariamente.

La Serena: 1 Conmutador, que da servicio Copiapó, La Serena y Ovalle.

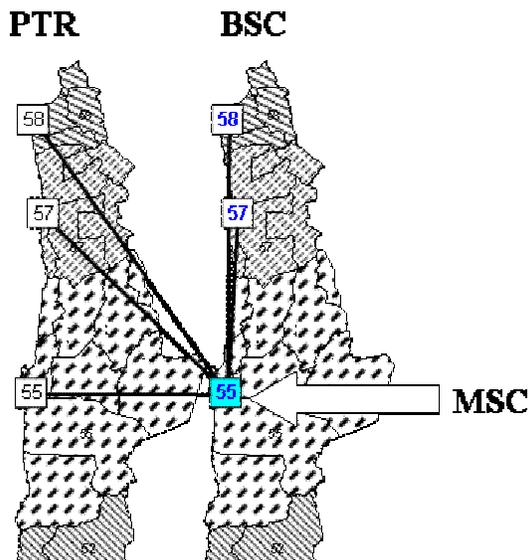
Santiago: 2 Conmutadores, que dan servicio a Quillota, Valparaíso, Los Andes, San Antonio, Santiago, Rancagua, Curicó y Talca.

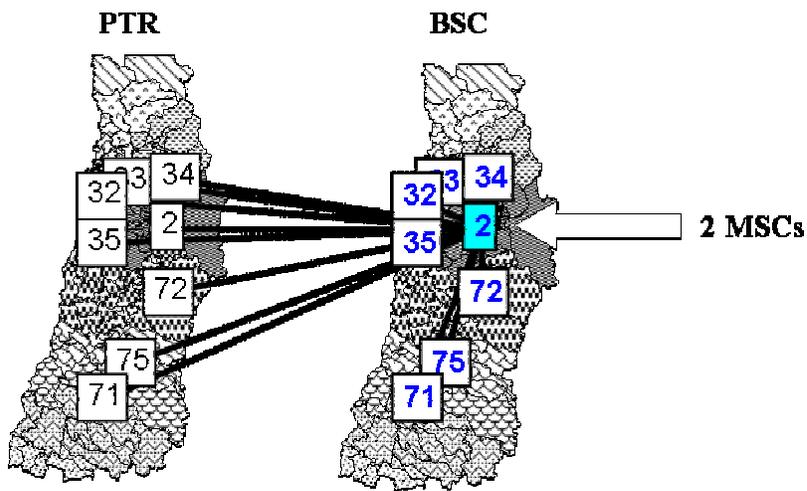
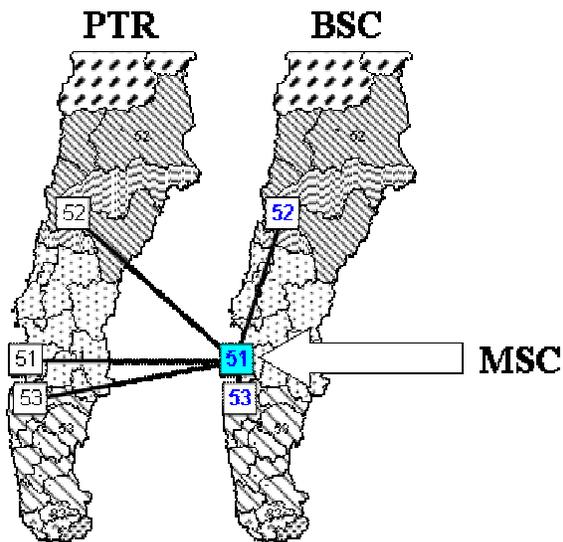
Concepción: 1 Conmutador, que da servicio a Linares, Chillán, Concepción, Los Ángeles y Temuco.

Osorno: 1 Conmutador, que da servicio a Valdivia, Osorno, Puerto Montt y Coyhaique

Punta Arenas: 1 Conmutador, que da servicio a Punta Arenas.

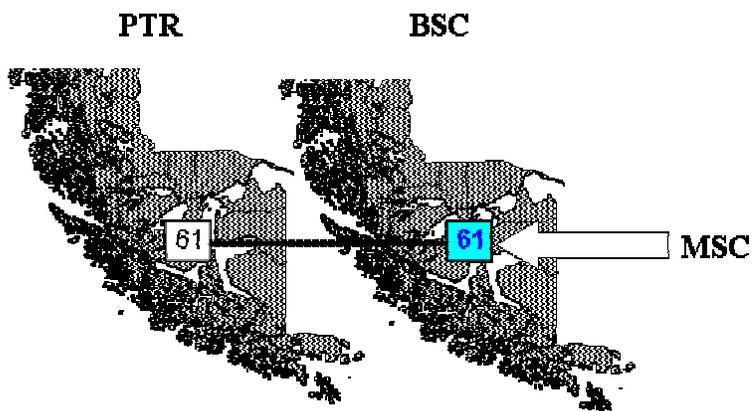
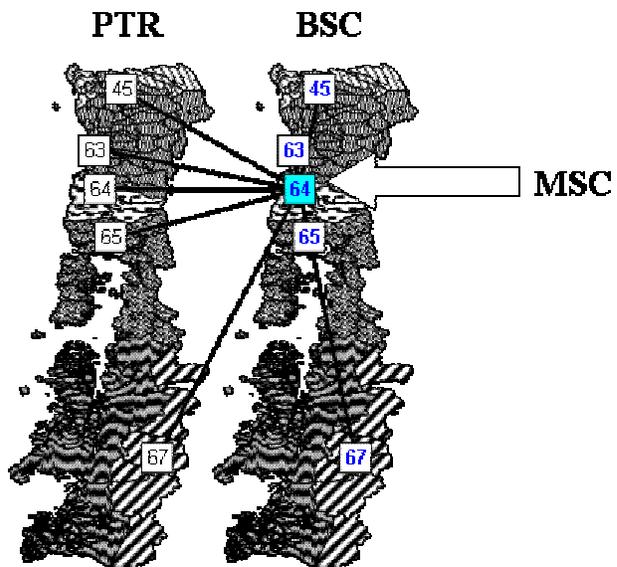
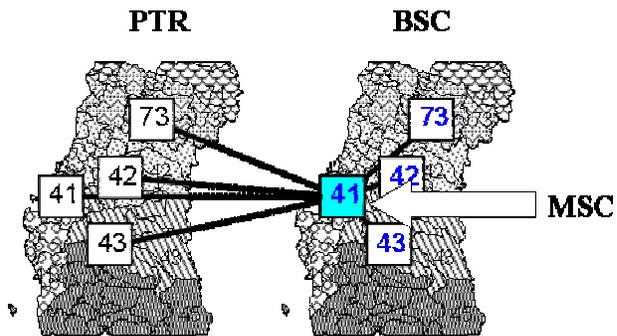
MSC: Conmutador, BSC: Concentrador, PTR: Punto terminal de red





SUBSECRETARIA DE TELECOMUNICACIONES

Informe Respecto de las Consultas y Controversias Planteadas al Informe de Objeciones y Contraproposiciones
Proceso Tarifario de la Concesionaria M3vil. 2004-2009.



SUBSECRETARIA DE TELECOMUNICACIONES

Informe Respecto de las Consultas y Controversias Planteadas al Informe de Objeciones y Contraproposiciones
Proceso Tarifario de la Concesionaria M3vil. 2004-2009.



Anexo I: Código del Modelo Programado en AMPL

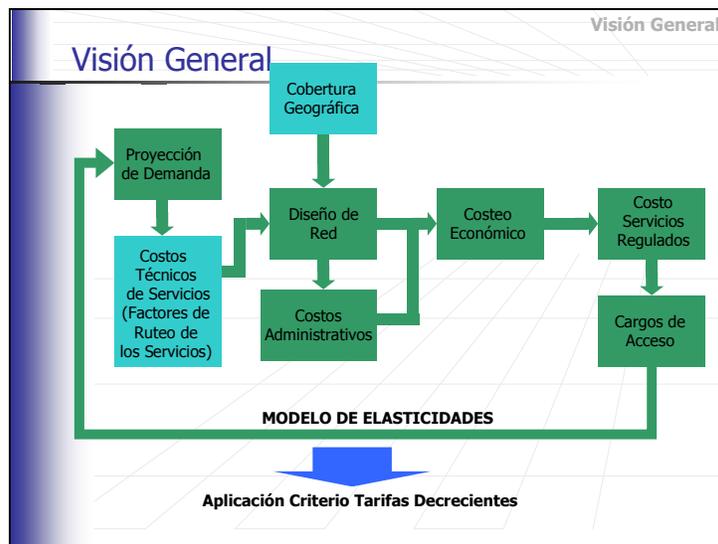
```
# *****  
# MODELO: loca.mod  
# By : Juan Eduardo Pérez Retamales  
# Info : Localización de conmutadores y dimensionamiento de enlaces  
# *****  
# *****  
# PARAMETROS DEL MODELO (Cardinalidades de Conjuntos)  
param modI >= 0, integer;  
param modK >= 0, integer;  
param modT >= 0, integer;  
param modS >= 0, integer;  
# *****  
# CONJUNTOS DE INDICES  
set I := 1..modI;  
set K := 1..modK;  
set T := 1..modT;  
set S := 1..modS;  
# *****  
# VARIABLES DE DECISION Y RESTRICCIONES NO NEGATIVIDAD  
var z {(i,k,t) in {I,K,T}} >= 0;  
var x {(i,j,k,t) in {I,I,K,T}} >= 0;  
var y {(i,k,l,t) in {I,K,K,T}} >= 0;  
var NSw {(s,k,t) in {S,K,T}} >= 0, integer;  
var Sw {(s,k,t) in {S,K,T}} >= 0;  
var Cap {(k,t) in {K,T}} >= 0;  
var Amp {(k,t) in {K,T}} >= 0;  
var Over {(k,t) in {K,T}} >= 0;  
# *****  
# PARAMETROS DEL MODELO (Costos, Capacidades y Demandas)  
param C {(s,k,t) in {S,K,T}};  
param Cp {t in T};  
param Cc1 {(i,k,t) in {I,K,T}};  
param Cc2 {(k,l,t) in {K,K,T}};  
param Dem {(i,j,t) in {I,I,T}};  
param Cmax {s in S};  
param Cmin {s in S};  
param P {(k,t) in {K,T}};  
# *****  
# FUNCION OBJETIVO DEL MODELO  
minimize obj :  
    sum {(s,k,t) in {S,K,T}} C[s,k,t]*NSw[s,k,t]  
+ sum {(s,k,t) in {S,K,T}} Cp[t]*Amp[k,t]  
+ sum {(i,k,t) in {I,K,T}} Cc1[i,k,t]*z[i,k,t]  
+ sum {(i,j,k,t) in {I,I,K,T}} Cc1[j,k,t]*x[i,j,k,t]  
+ sum {(i,k,l,t) in {I,K,K,T}} Cc2[k,l,t]*y[i,k,l,t]  
+ sum {(k,t) in {K,T}} P[k,t]*Over[k,t];
```

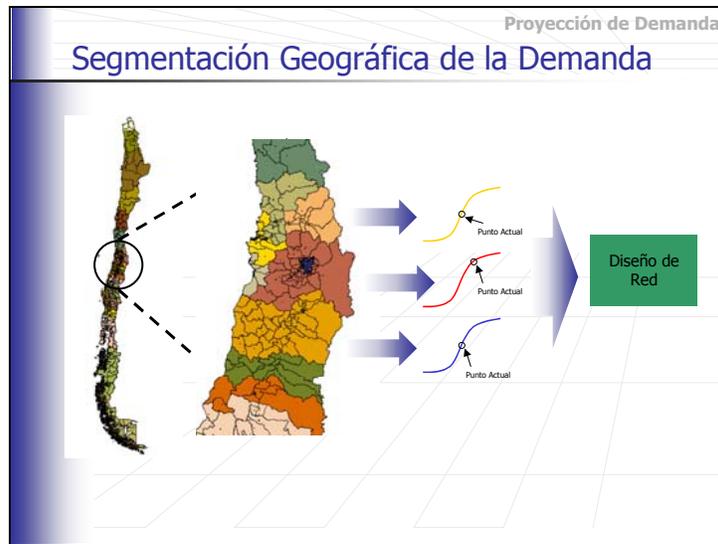
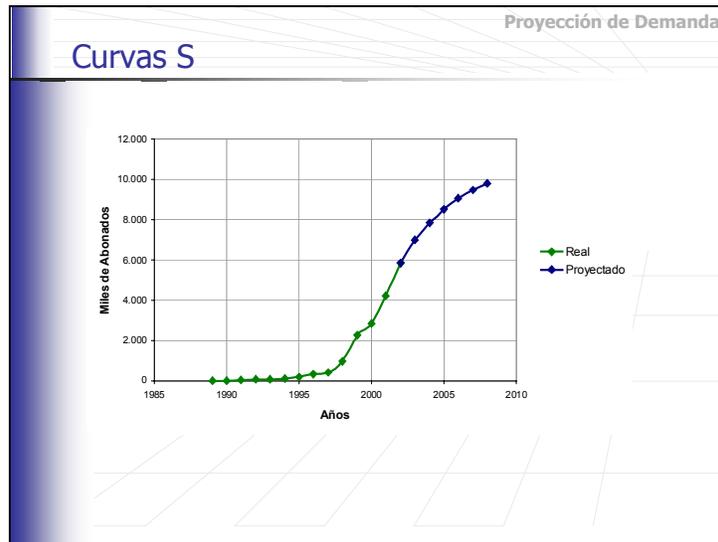
SUBSECRETARIA DE TELECOMUNICACIONES

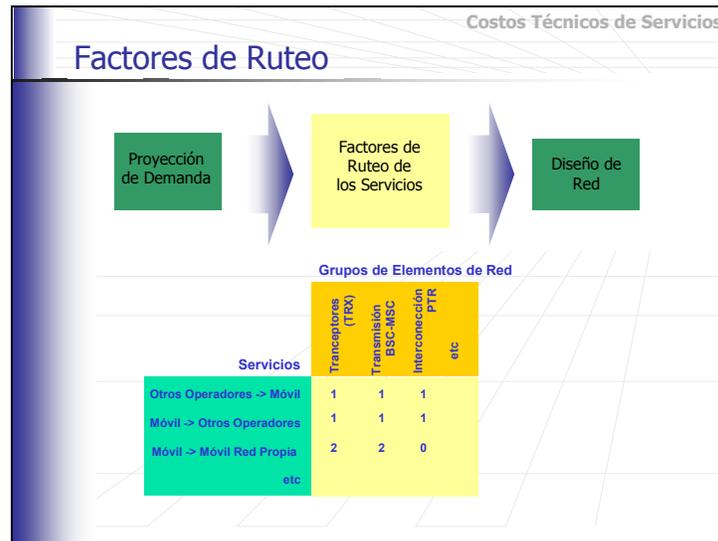


```
# *****  
# RESTRICCIONES DEL MODELO  
subject to restriccion1 { (i,t) in {I,T} } :  
sum { k in K } z[i,k,t] = sum { j in I } Dem[i,j,t];  
subject to restriccion2 { (i,j,t) in {I,I,T} } :  
sum { k in K } x[i,j,k,t] = Dem[i,j,t];  
subject to restriccion3 { (i,k,t) in {I,K,T} } :  
z[i,k,t] + sum { l in K } y[i,l,k,t] = sum { l in K } y[i,k,l,t] + sum { j in I } x[i,j,k,t];  
subject to restriccion4 { (i,j,k,t) in {I,I,K,T} } :  
x[i,j,k,t] <= Dem[i,j,t]*(sum { s in S } Sw[s,k,t]);  
subject to restriccion5 { (k,t) in {K,T} } :  
sum { i in I } z[i,k,t]  
+ sum { (i,l) in {I,K} } y[i,l,k,t] <=  
Cap[k,t] + Over[k,t];  
subject to restriccion6 { (k,t) in {K,T} : t>1 } :  
Cap[k,t] = Cap[k,t-1]+Amp[k,t]+sum { s in S } Cmin[s]*NSw[s,k,t];  
subject to restriccion7 { (k,t) in {K,T} } :  
Cap[k,t] <= sum { s in S } Cmax[s]*Sw[s,k,t];  
subject to restriccion8 { (k,t) in {K,T} : t>1 } :  
Cap[k,t] >= Cap[k,t-1]+sum { s in S } Cmin[s]*NSw[s,k,t];  
subject to restriccion9 { (s,k,t) in {S,K,T} : t>1 } :  
Sw[s,k,t] = Sw[s,k,t-1] + NSw[s,k,t];  
# 10 (activación 9)  
subject to restriccion10 { (s,k) in {S,K} } :  
NSw[s,k,1] = Sw[s,k,1];  
# 11 (activación 8)  
subject to restriccion11 { k in K } :  
Cap[k,1] >= sum { s in S } Cmin[s]*NSw[s,k,1];  
# 12 (activación 6)  
subject to restriccion12 { k in K } :  
Cap[k,1] = Amp[k,1] + sum { s in S } Cmin[s]*NSw[s,k,1];
```

3. Presentación del Modelo Tarifario





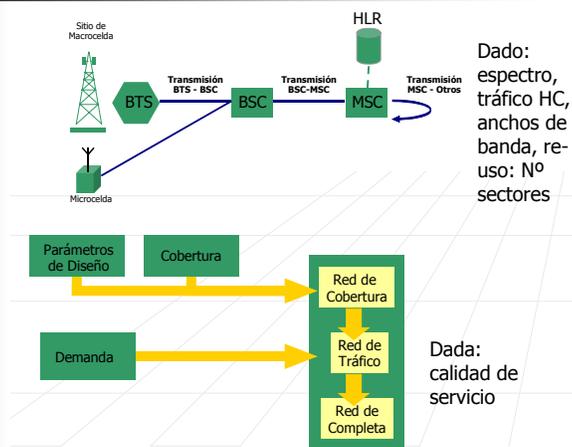


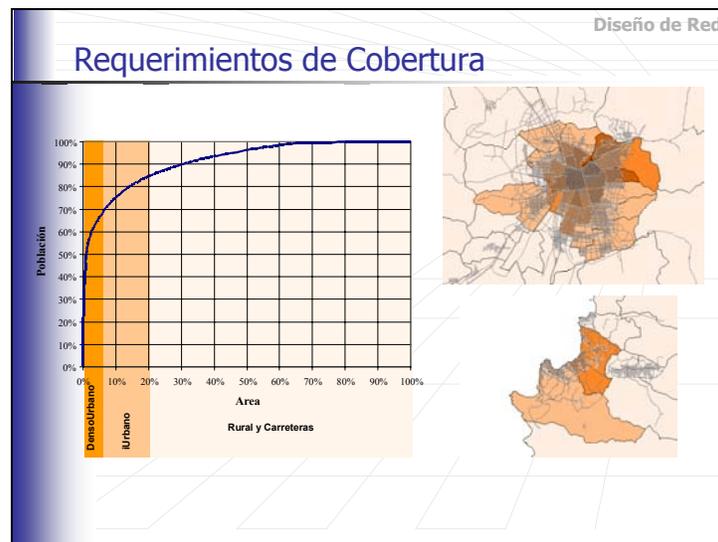
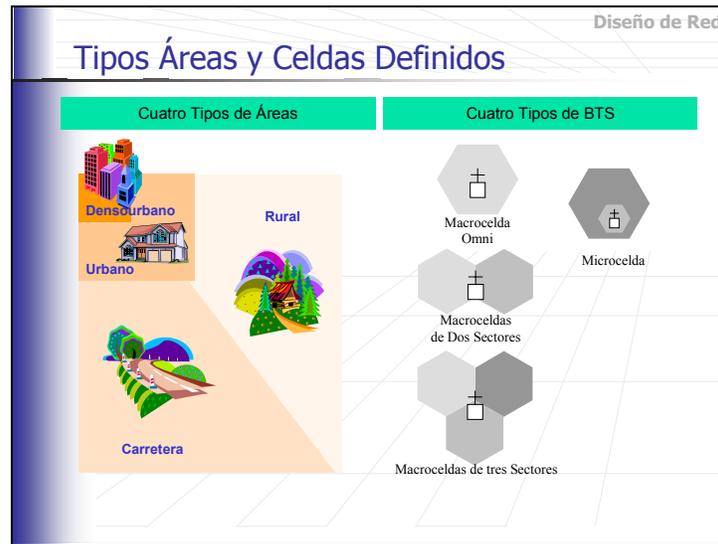


Consideraciones Principales

- “Entradas” del diseño: superficie, tráfico, número de abonados
- Solamente servicios de voz (no datos). Se calcula tráfico mensual y se proyecta el tráfico en la hora de punta.
- No se diseña la red real; se calculan los requerimientos de cada equipo dados los parámetros de performance
- Se usa GSM y eventualmente, CDMA
- Se usan “factores de ruteo”
- Se diseña para cada año del horizonte

Cobertura y Capacidad





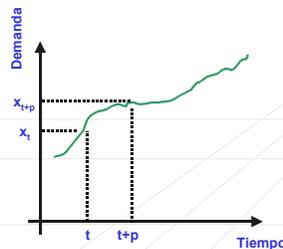


Utilización de los Equipos

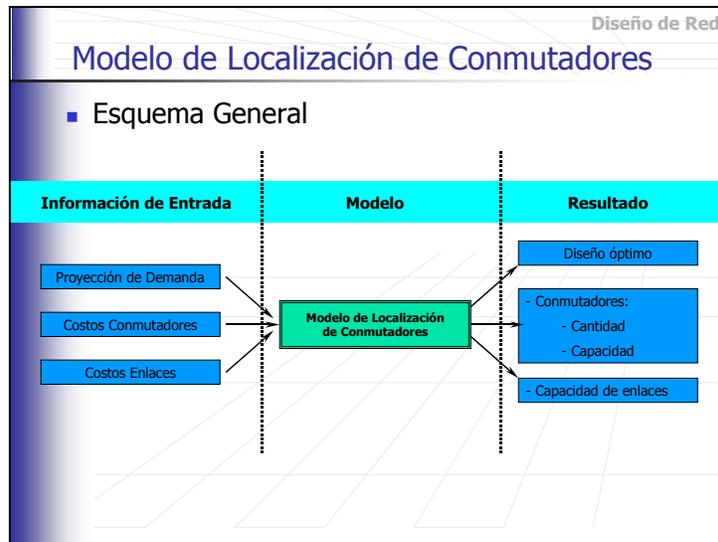
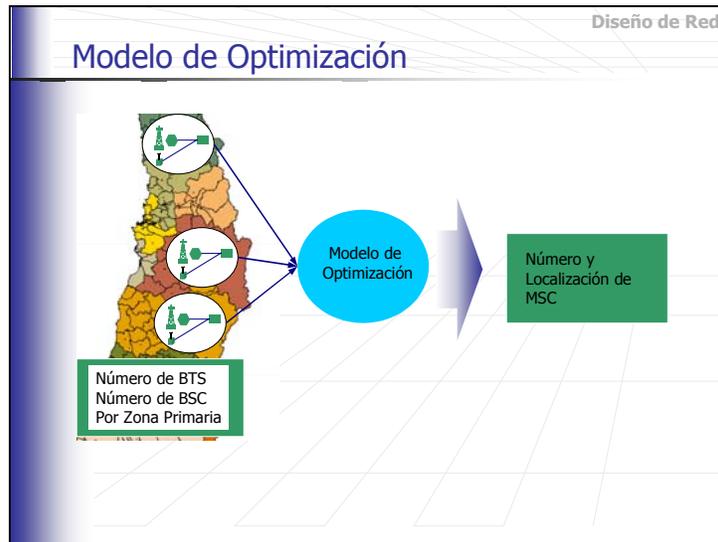
- Un gran número de cálculos de diseño de red están basados en la siguiente relación
 - Número de elementos requeridos = Demanda / (Capacidad por elemento * Utilización)
- La utilización es un parámetro para reflejar la combinación de varios efectos de la baja en la utilización:
 - **Utilización máxima por diseño:** Este parámetro de utilización asegura que el equipamiento en la red no se sobrecargue en algún instante de transiente de la demanda, e. g. Algunos equipos se recomienda utilizarlos al 90% como máximo.
 - **Utilización por "Scorched Node":** considera historia. Cambios disparados por la demanda y sub-optimalidades varias.
 - **Utilización por Crecimiento Razonable:** en una red real móvil, el desarrollo de la red responde a la demanda esperada (meses a años), dependiendo de la modularidad del equipamiento y el tiempo que demora hacer todos los preparativos para tener el nuevo equipo en línea.
- También se considera no homogeneidades del tráfico

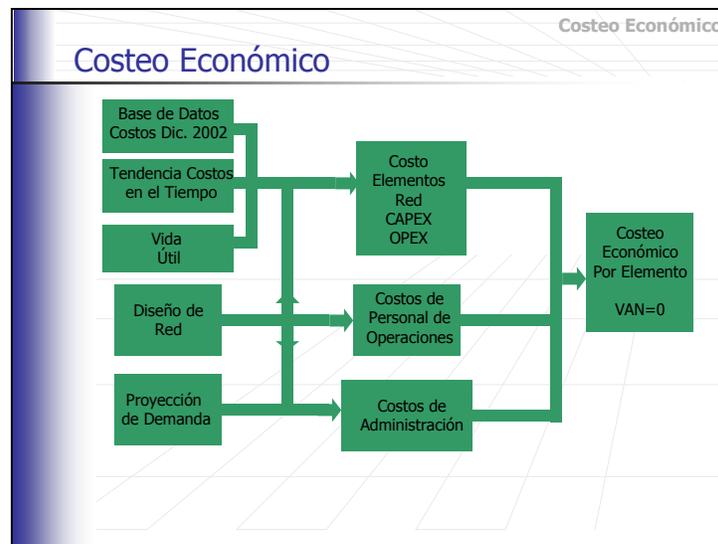
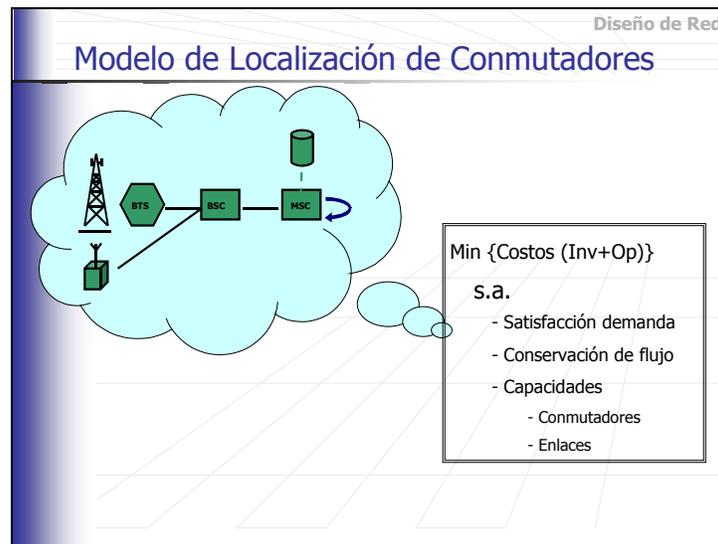
Crecimiento Razonable de los Elementos de Red

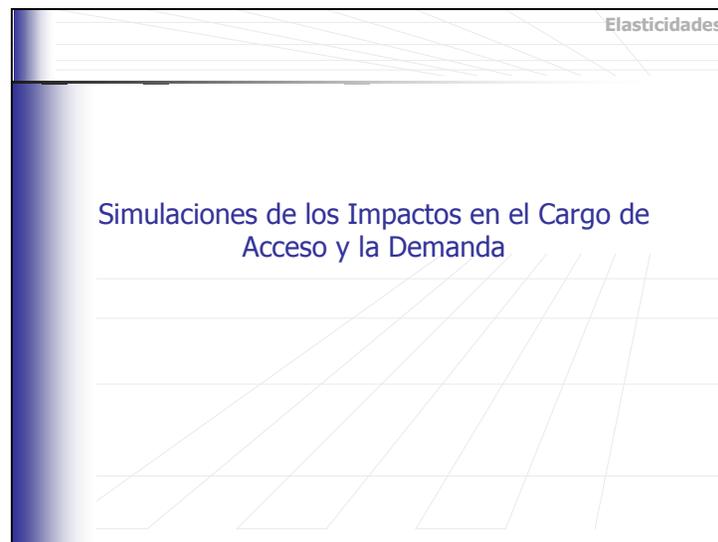
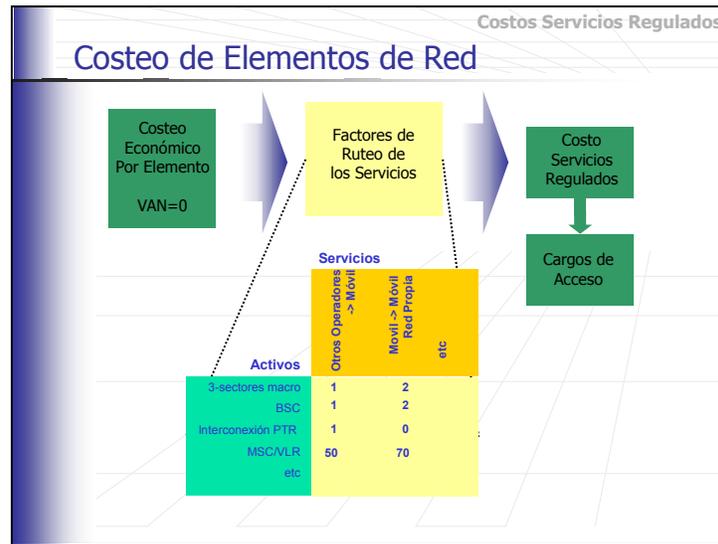
- Utilización Actual:
 - Utilización Actual = Utilización Normal * (x_t/x_{t+p})



- Utilización Normal = Utilización por Diseño * Utilización Scorched Node * Crecimiento









Elasticidades

Descripción General

Es una herramienta para simular los impactos de un cambio en los cargos de acceso sobre las distintas tarifas

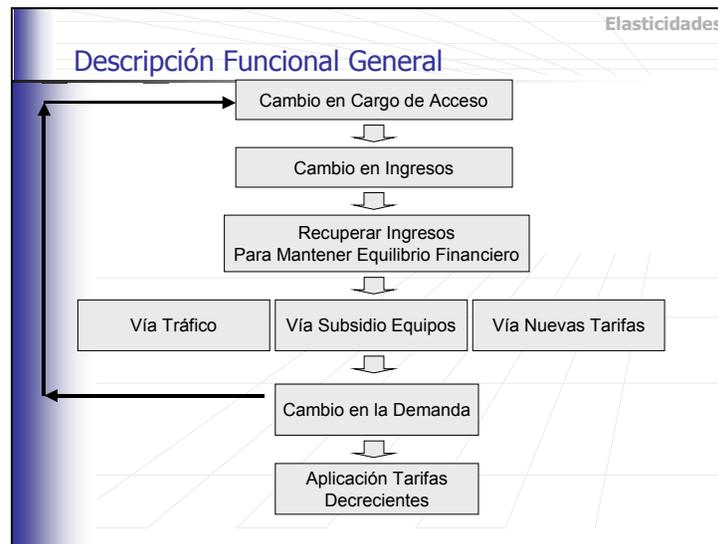
Para esto, encuentra el nuevo equilibrio financiero de la empresa

Elasticidades

Valores Utilizados

- Se considera las siguientes elasticidades

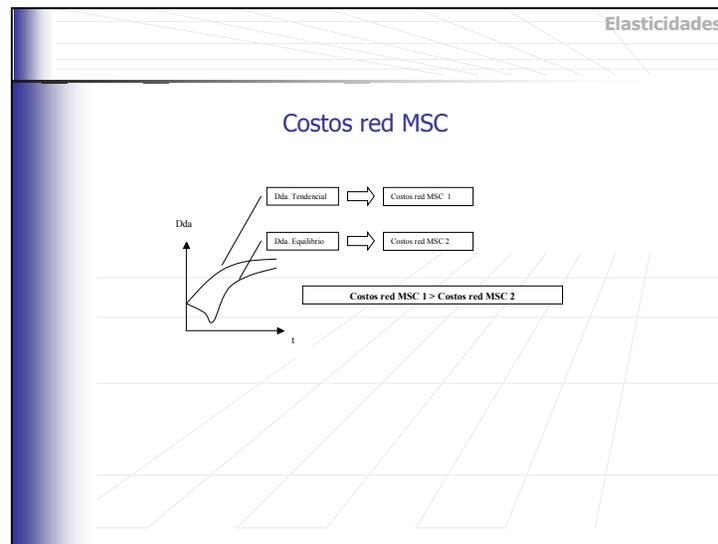
| Elasticidades | Unidad | Valor Recomendado SUBTEL |
|---|--------------|--------------------------|
| Elasticidad precio equipo | η^A | -0.56 |
| Elasticidad precio móvil fijo | η^{mf} | -0.49 |
| Elasticidad precio móvil móvil propio | η^{mmp} | -0.49 |
| Elasticidad precio móvil móvil otros operadores | η^{mmo} | -0.49 |
| Elasticidad precio fijo a móvil | η^{fm} | -0.40 |
| Elasticidad cruzada APP | η^{AP} | -0.03 |



Elasticidades

Acerca del dimensionamiento de las capacidades de los Switch y el proceso iterativo que converge a un equilibrio en el modelo SUBTEL

En lo que respecta a las necesidades de capacidad de la red de MSC o Switch en las iteraciones Demanda-Elasticidad que llevan a un equilibrio, es fundamental puntualizar que en estricto rigor por cada iteración de este proceso se deberían re-estimar las capacidades de los MSC, es decir que, si por ejemplo partimos con una cierta capacidad de la red de MSC en el año cero y luego por efecto de una baja en los cargos de acceso, bajan los tráficos entonces no se deberían adquirir nuevas tarjetas para los MSC. Esto llevaría a un uso más eficiente de la red. Sin embargo en el proceso iterativo propuesto por SUBTEL se toma un criterio que produce holgura en la red, a saber, se parte con el dimensionamiento de la red de MSC para la demanda tendencial y luego se mantiene esta estructura. Por lo tanto como producto de la baja de cargos de acceso propuesta por SUBTEL la demanda en el proceso iterativo nunca sobrepasará la tendencial y luego siempre habrá holgura suficiente para satisfacer las demandas que se produzcan en el proceso iterativo, incluso capacidad ociosa. Una corrección de este punto en el proceso iterativo llevará necesariamente a una baja en los cargos de acceso.



Elasticidades

Descripción Detallada

- **Delta Ingreso**

$$\Delta IN = (CA_0 - CA_1) \cdot F_0^{oo-m}$$
- **Recuperación por Flujos**

$$\Delta R^1 = CA_1 \cdot (F_1^{oo-m} - F_0^{oo-m})$$
- **Recuperación por Subsidios**

$$\Delta R^2 = (C^A - S_1^A) \cdot D_1^A - (C^A - S_0^A) \cdot D_0^A$$
- **Recuperación por Precios**

$$\Delta R^3 = (P_1^{mf} - C^{tf}) \cdot F_1^{mf} - (P_0^{mf} - C^{tf}) \cdot F_0^{mf}$$

$$+ P_1^{mmo} \cdot F_1^{mmo} - P_0^{mmo} \cdot F_0^{mmo}$$

$$+ P_1^{mmp} \cdot F_1^{mmp} - P_0^{mmp} \cdot F_0^{mmp}$$

SUBSECRETARIA DE TELECOMUNICACIONES

Informe Respecto de las Consultas y Controversias Planteadas al Informe de Objeciones y Contraproposiciones
 Proceso Tarifario de la Concesionaria Móvil. 2004-2009.



Elasticidades

Descripción Detallada

- Flujos

$$F_1^{mf} = F_0^{mf} \cdot \left(1 + \left(\frac{P_1^{mf} - P_0^{mf}}{P_0^{mf}} \right) \right)^{\eta^{mf}}$$
$$F_1^{nmo} = F_0^{nmo} \cdot \left(1 + \left(\frac{P_0^{nmo} - P_1^{nmo}}{P_0^{nmo}} \right) \right)^{\eta^{nmo}}$$
$$F_1^{mmp} = F_0^{mmp} \cdot \left(1 + \left(\frac{P_0^{mmp} - P_1^{mmp}}{P_0^{mmp}} \right) \right)^{\eta^{mmp}}$$

Elasticidades

Descripción Detallada

- Abonados

$$D_1^A = D_0^A \cdot \left(1 + \left(\frac{S_0^A - S_1^A}{C^A - S_0^A} \right) \right)^{\eta^A} \left(1 + \left(\frac{P_1^{mf} - P_0^{mf}}{P_0^{mf}} \right) \right)^{\eta^{mf}} \left(1 + \left(\frac{P_1^{nmo} - P_0^{nmo}}{P_0^{nmo}} \right) \right)^{\eta^{nmo}} \left(1 + \left(\frac{P_1^{mmp} - P_0^{mmp}}{P_0^{mmp}} \right) \right)^{\eta^{mmp}}$$

- Ecuación de Balance Financiero

$$\Delta IN = \Delta R^1 + \Delta R^2 + \Delta R^3$$



Elasticidades

Balance Financiero

$$\begin{aligned} \Delta IN - \Delta R^1 = & (C^A - S_1^A) \cdot D_1^A(S_1^A, P_1^{mf}, P_1^{mmo}, P_1^{mmp}) - (C^A - S_0^A) \cdot D_0^A \\ & + (P_1^{mf} - C^{tf}) \cdot F_1^{mf}(P_1^{mf}, S_1^A) - (P_0^{mf} - C^{tf}) \cdot F_0^{mf} \\ & + P_1^{mmo} \cdot F_1^{mmo}(P_1^{mmo}, S_1^A) - P_0^{mmo} \cdot F_0^{mmo} \\ & + P_1^{mmp} \cdot F_1^{mmp}(P_1^{mmp}, S_1^A) - P_0^{mmp} \cdot F_0^{mmp} \end{aligned}$$

Elasticidades

Solución del Balance Financiero

$$\text{Min} \left\{ \left(\frac{P_1^{mf} - P_0^{mf}}{P_0^{mf}} \right)^2 + \left(\frac{P_1^{mmo} - P_0^{mmo}}{P_0^{mmo}} \right)^2 + \left(\frac{P_1^{mmp} - P_0^{mmp}}{P_0^{mmp}} \right)^2 + \left(\frac{S_1 - S_0}{S_0} \right)^2 \right\}$$

s.a.

$F(P_1^r) = 0$: Ecuación de balance financiero

$$P_1^r = [P_1^{mf}, P_1^{mmo}, P_1^{mmp}, S_1]$$

Perturbación inicial del sistema

Precios a partir del autofinanciamiento por cada uno de los servicios

4. Publicidad

Cálculo del gasto eficiente en publicidad

8 de diciembre de 2003

En esta pequeña nota se describe como modelar el beneficio que genera la externalidad de red en telefonía móvil y como se puede utilizar para modelar el gasto publicitario eficiente en publicidad para aumentar el tamaño del mercado. Publicidad corporativa, que crea *churn* desde otras empresas o que sirve para mantener (o fidelizar) a los clientes en la empresa real no tiene efectos sobre la externalidad de red. Como ésta última es la que le interesa a una empresa dedicada a proveer acceso, estos gastos en publicidad no se considerarán en lo que sigue.

Usamos la regla de Metcalfe para modelar la externalidad de red, y la combinamos con una función de utilidad que permite explicar el comportamiento de los individuos al tomar la decisión de comprar un teléfono.

1. Modelamiento de la externalidad

La Ley de Metcalfe es que el valor de la externalidad de red para un usuario es proporcional al número de individuos en la red, por lo que el valor total de la externalidad es proporcional al cuadrado del número de clientes de la red.¹ Para simplificar, normalizamos el número de agentes, de manera que los agentes están en el intervalo $[0, 1]$, ordenados de mayor a menor ingreso. La distribución de ingresos está dada por $y(z)$. Definimos a \bar{z} como el último agente que compra un teléfono.

Consideramos una función de utilidad en la que la utilidad de poseer un teléfono se puede escribir en forma separable como

$$U(y, \text{fono}) = V(y - p(\text{fono})) + U(\text{fono})$$

Como es usual, se supone que la utilidad del ingreso es $V(y) = \log(y)$. A su vez, la utilidad de poseer un teléfono es proporcional al número de usuarios \bar{z} , de acuerdo a la Ley de Metcalfe:

¹La externalidad de red no requiere un efecto de red tan importante. Se pueden considerar otras formas funcionales, como el logaritmo o la raíz del número de conexiones, los cuales han sido usados en otros trabajos.

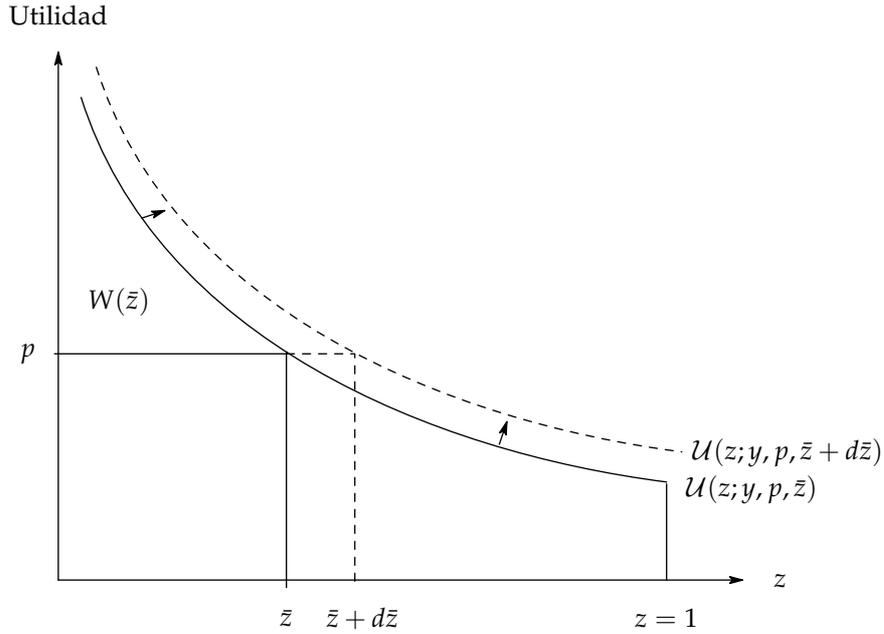


Figura 1: Excedente social si hay n usuarios

$U = \alpha \cdot \bar{z}^2$ Si $p(\text{fono}) \ll y$, se puede usar una expansión de Taylor³ para obtener:

$$U(y, p) = \begin{cases} \alpha y n - p & \text{si compra.} \\ 0 & \text{si no compra.} \end{cases} \quad (1)$$

Si ordenamos a todos los individuos de acuerdo a su nivel de ingresos, obtendremos el excedente social por acceso a telefonía móvil indicado por $W(\bar{z})$ en la figura 1.

Si consideramos que un aumento marginal del gasto en publicidad aumenta el número de usuarios en $d\bar{z}$, el último agente que se incorpora no genera un excedente neto positivo (está indiferente entre comprar y no hacerlo). Sin embargo, su ingreso a la red aumenta el excedente de los demás usuarios, lo que se muestra por el desplazamiento en la función de utilidad en la figura 1.

Para calcular el efecto marginal de la publicidad, notemos que el último individuo que compra debe satisfacer

$$\alpha y(\bar{z})\bar{z} = p \quad (2)$$

y que el bienestar total es:

²En general, la constante de proporcionalidad α varía entre agentes. Aquí se supone idéntica, con el objeto de simplificar la exposición.

³Ver Tirole 1987. Expandiendo, $U(y, \text{fono}) \simeq V(y) - V'(y)p(\text{fono}) + U(\text{fono})$. Como el primer término es constante, lo omitimos, y dividiendo por $V'(y)$, se tiene que la utilidad es equivalente a $U(\text{fono})/V'(y) - p(\text{fono}) = \alpha y n - p$.

$$W = \alpha \bar{z} \int_0^{\bar{z}} y(s) ds - p\bar{z} \quad (3)$$

Diferenciando totalmente la ecuación 2 y reordenando, se obtiene:

$$\frac{dp}{d\bar{z}} = \alpha \left(\bar{z} \frac{dy(\bar{z})}{d\bar{z}} + y \right)$$

Observemos que si disponemos de una expresión para la distribución del ingreso (por ejemplo, $y(z) = Az^\beta$), se puede calcular la expresión anterior. Calculando $dW/d\bar{z}$ y empleando la expresión anterior,

$$\frac{dW}{d\bar{z}} = \alpha \int_0^{\bar{z}} y(z) ds - \alpha y(\bar{z}) - \alpha \bar{z} \frac{dy(\bar{z})}{d\bar{z}} \quad (4)$$

2. El gasto óptimo en publicidad para atraer a nuevos clientes

En esta sección se compara el nivel de publicidad para atraer a nuevos clientes que haría una asociación de empresas que coordina sus acciones y se lo compara con lo ocurre cuando hay cuatro empresas que actúan en forma independiente.

Suponemos que las empresas son capaces de apropiarse de toda la externalidad que generan los nuevos clientes. En tal caso, el problema de maximización de la asociación de empresas que debe decidir su gasto en publicidad es:

$$\max_{\bar{z}} W(\bar{z}) - C(\bar{z})$$

donde $C(\bar{z})$ es el costo en publicidad para atraer al sistema hasta el agente \bar{z} . Las condiciones de primer orden de este problema son:

$$\frac{dW(\bar{z})}{d\bar{z}} = \frac{dC(\bar{z})}{d\bar{z}} \quad (5)$$

Por el contrario, si n firmas con participaciones $s_i, i = 1, \dots, n$, con $\sum s_i = 1$, cada firma maximiza su fracción del beneficio total:

$$\max W_i = s_i W(\bar{z}) - C_i(\bar{z})$$

lo que da origen a las siguientes condiciones de primer orden:

$$\frac{ds_i}{d\bar{z}} W + s_i \frac{dW(\bar{z})}{d\bar{z}} = \frac{1 - s_i}{\bar{z}} W + s_i \frac{dW(\bar{z})}{d\bar{z}} = \frac{dC_i(\bar{z})}{d\bar{z}} \quad (6)$$

donde es necesario verificar las condiciones de segundo orden para un equilibrio. Normalmente,

la segunda derivada del excedente del consumidor es negativa, y supondremos que esta propiedad se mantiene cuando existe la externalidad (por ejemplo, si la distribución de ingresos es suficientemente desigual). Supondremos que la función de costos es convexa, es decir que los costos de atraer más usuarios al sistema crecen en el número de éstos, lo que permite satisfacer las condiciones suficientes de segundo orden.

3. Gasto eficiente en publicidad

Comparamos el gasto en publicidad de una asociación que coordina los gastos en publicidad con los de las empresas individuales. La empresa eficiente resuelve la ecuación (5), mientras que las cuatro empresas individuales con un cuarto del mercado resuelven la ecuación (6). Como un ejemplo, consideremos una función de costos cuadrática $B(1/2)\bar{z}^2$, que es el paradigma de una función convexa. En tal caso, (5) tiene la forma:⁴

$$\frac{dW(\bar{z})}{d\bar{z}} = B\bar{z} \quad (7)$$

mientras que (6) es:

$$\frac{1 - s_i}{\bar{z}} W + s_i \frac{dW(\bar{z})}{d\bar{z}} = s_i B\bar{z} \quad (8)$$

multiplicando la segunda ecuación por $1/s_i = 4$, y recordando que el primer término al lado izquierdo es positivo, se tiene que $dW/d\bar{z}$ evaluado en la solución a (8) es menor que la misma derivada evaluada en la solución a (7). A su vez, esto significa que, debido al supuesto de concavidad de la función W , el valor de \bar{z} en el caso de las empresas individuales es mayor que en el caso de la asociación eficiente de empresas. En otras palabras, el gasto de las empresas en atraer nuevos usuarios es excesivo respecto a lo eficiente.

Para obtener una cota superior al gasto eficiente en publicidad, y dada la inexistencia de alternativas, utilizamos datos de las empresas reales (que suponemos satisfacen (8)). Consideramos que un 80 % de los móviles son prepago y que el resto tienen planes. De acuerdo a las cifras de una de las empresas de telefonía móvil, el gasto en penetración (es decir, en aumentar \bar{z}) es de \$3.500 por cliente en el caso de prepagos y de \$4.000 por cliente en el caso de planes, lo que da un promedio ponderado de \$3600 por usuario.⁵

Ahora bien, los ingresos provenientes de la captura de $W(\bar{z})$ deben ser asignados tanto a los flujos de salida y otros servicios libres como a los flujos que generan cargos de acceso. Una forma razonable es usar las asignaciones de ingresos. Actualmente, un 40 % de los flujos de ingresos provienen del cargo de acceso, pero en la solución de punto fijo del modelo, sólo un 35 % de los

⁴B es una constante de proporcionalidad.

⁵Este es un promedio y no un valor marginal, pero es la mejor información disponible.

ingresos tienen ese origen. Es decir, el gasto eficiente en publicidad debe ser menor que $\$3\,600 \cdot 0,35 = \$1\,260$ por agente.

Para ver cuánto menor, usamos aproximaciones a la curva de bienestar social. Nuestras curvas simplificadas de bienestar social son del tipo $W(\bar{z}) = Az^r/r$, donde A es un parámetro de ajuste. Distintos valores de r indican distintos grados de concavidad de la función de bienestar.⁶

Reemplazando en las expresiones para el gasto en publicidad, se tiene

$$C_i(\bar{z}^{inef}) = 1260 = \frac{B(\bar{z}^{inef})^2}{4 \cdot 2}$$

donde el superíndice indica que se trata de la solución ineficiente de publicidad porque las empresas actúan en forma independiente. De aquí, usando el valor observado para la penetración $\bar{z}^{inef} = 0,48$ resulta un valor de $B = 43\,750$.

Reemplazando en la ecuación (8), con $\bar{z}^{inef} = 0,48$, obtenemos el valor de A , que en general depende del exponente r . Reemplazando en la expresión para el gasto eficiente (7) y resolviendo, obtenemos la penetración eficiente \bar{z}^{ef} para distintos valores del parámetro r . Esta penetración eficiente permite calcular el gasto eficiente en publicidad para cada empresa como

$$C_i^{ef} = \frac{B(\bar{z}^{ef})^2}{4 \cdot 2}.$$

El cuadro 1 muestra el gasto eficiente en publicidad de penetración para distintos valores del parámetro de concavidad de la función de bienestar W .

Cuadro 1: Gasto eficiente en publicidad, pesos por individuo

| r | \bar{z} | C^{ef} | C^{ef} / C^{inef} |
|-----|-----------|----------|---------------------|
| 2/5 | 0,3098 | 525 | 0,417 |
| 3/5 | 0,3657 | 731 | 0,580 |
| 4/5 | 0,4230 | 978 | 0,776 |

⁶Si la función de bienestar fuera lineal, el gasto observado en publicidad de penetración sería eficiente.

5. Curvas de Tráfico

Introducción

El siguiente documento tiene por objeto describir la metodología utilizada por los Ministerios para determinar el factor de conversión de minutos a Erlang, lo que es necesario dadas las objeciones presentadas a los estudios tarifarios de las concesionarias de telefonía móvil.

El factor de conversión de minutos a Erlang se obtiene de la expresión $FC = \frac{FCH \cdot FM}{60 \cdot NDC \cdot RTC}$, donde FC es el factor de conversión de minutos a Erlang, FCH es el factor de concentración horaria, FM es el factor de movilidad, NDC son los días cargados al mes, y RTC es la razón entre el tráfico tasado y el tráfico cursado.

Número de días cargados al mes (NDC)

Este parámetro permite determinar el tráfico del día más cargado a partir del tráfico total del mes más cargado. La existencia de un comportamiento diario no uniforme se debe a que en los fines de semana y en los días festivos el tráfico en las redes de los operadores disminuye. Se estableció que los días cargados al mes son 22, los que se obtienen de considerar 30 días al mes y cuatro fines de semana al mes.

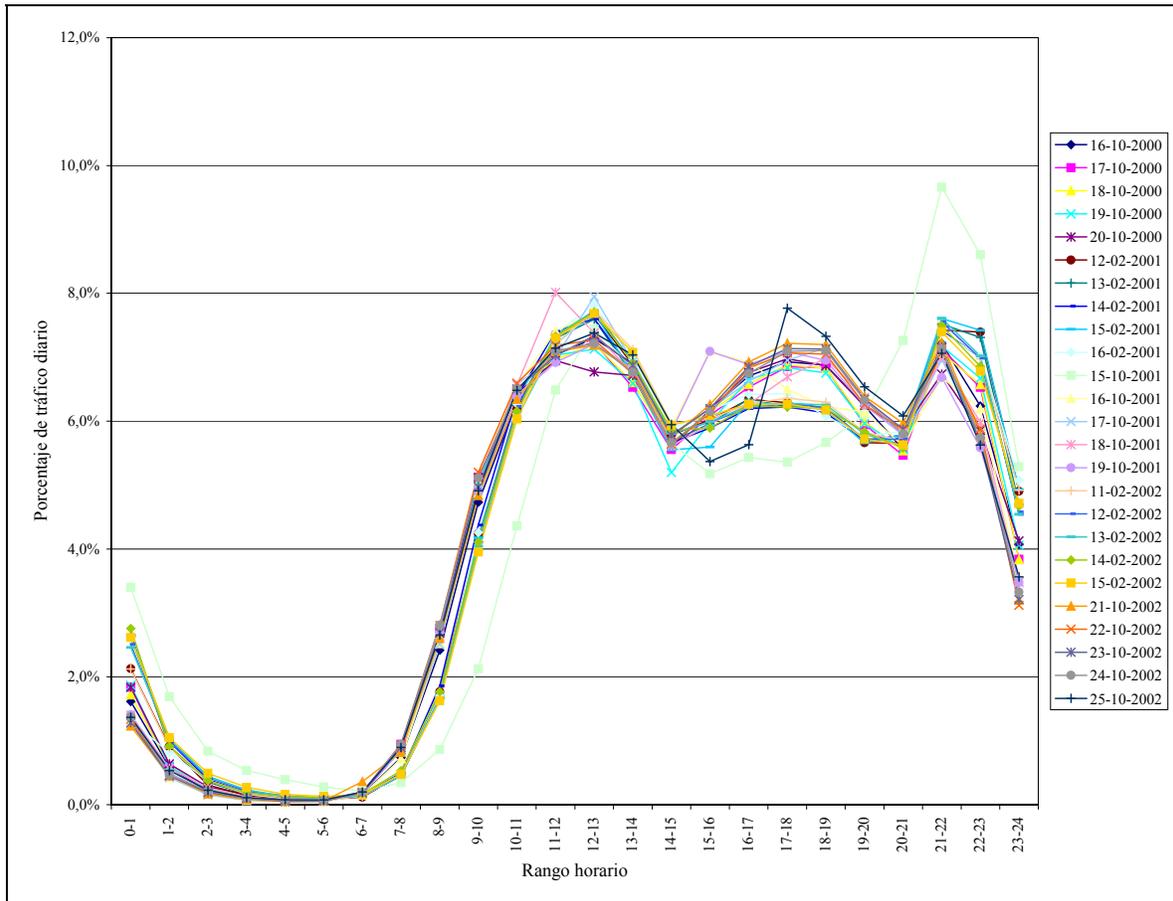
Factor de concentración en la hora cargada (FCH)

Con el fin de determinar el requerimiento máximo sobre la red de telefonía móvil de la empresa eficiente, se analizaron los datos de demanda horaria que las concesionarias de telefonía móvil entregan periódicamente a la Subsecretaría de Telecomunicaciones.

Los datos que se analizaron corresponden a las segundas semanas de los meses de febrero y octubre de los años 2000, 2001 y 2002.

Para calcular el porcentaje de tráfico por hora se procedió a dividir el tráfico tasado en una hora por el tráfico tasado durante el día respectivo. Se obtuvieron las siguientes curvas de demanda horaria para cada concesionaria:

Figura 1: Curva de demanda horaria para Concesionaria 1 (lunes a viernes)



SUBSECRETARIA DE TELECOMUNICACIONES

Informe Respecto de las Consultas y Controversias Planteadas al Informe de Objeciones y Contraproposiciones
 Proceso Tarifario de la Concesionaria M3vil. 2004-2009.



Figura 2: Curva de demanda horaria para Concesionaria 1 (fines de semana)

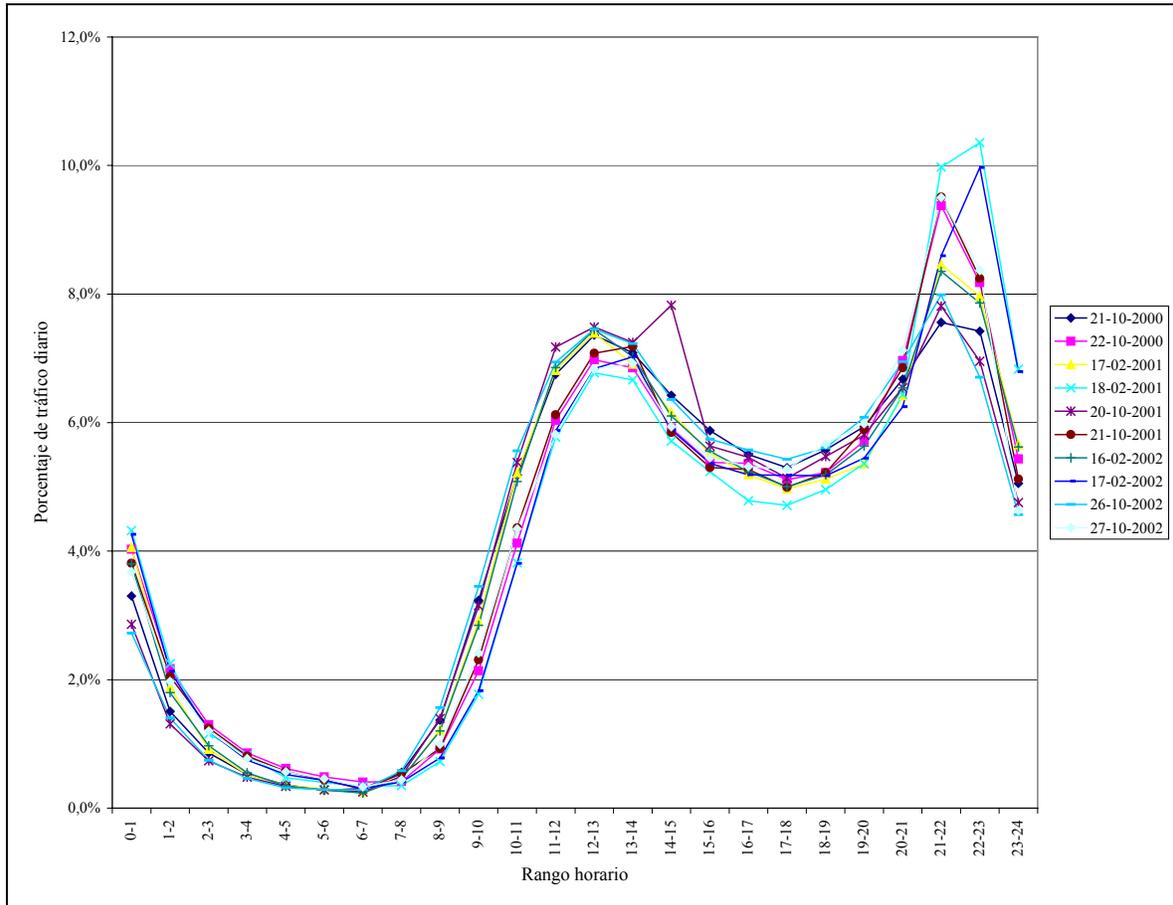
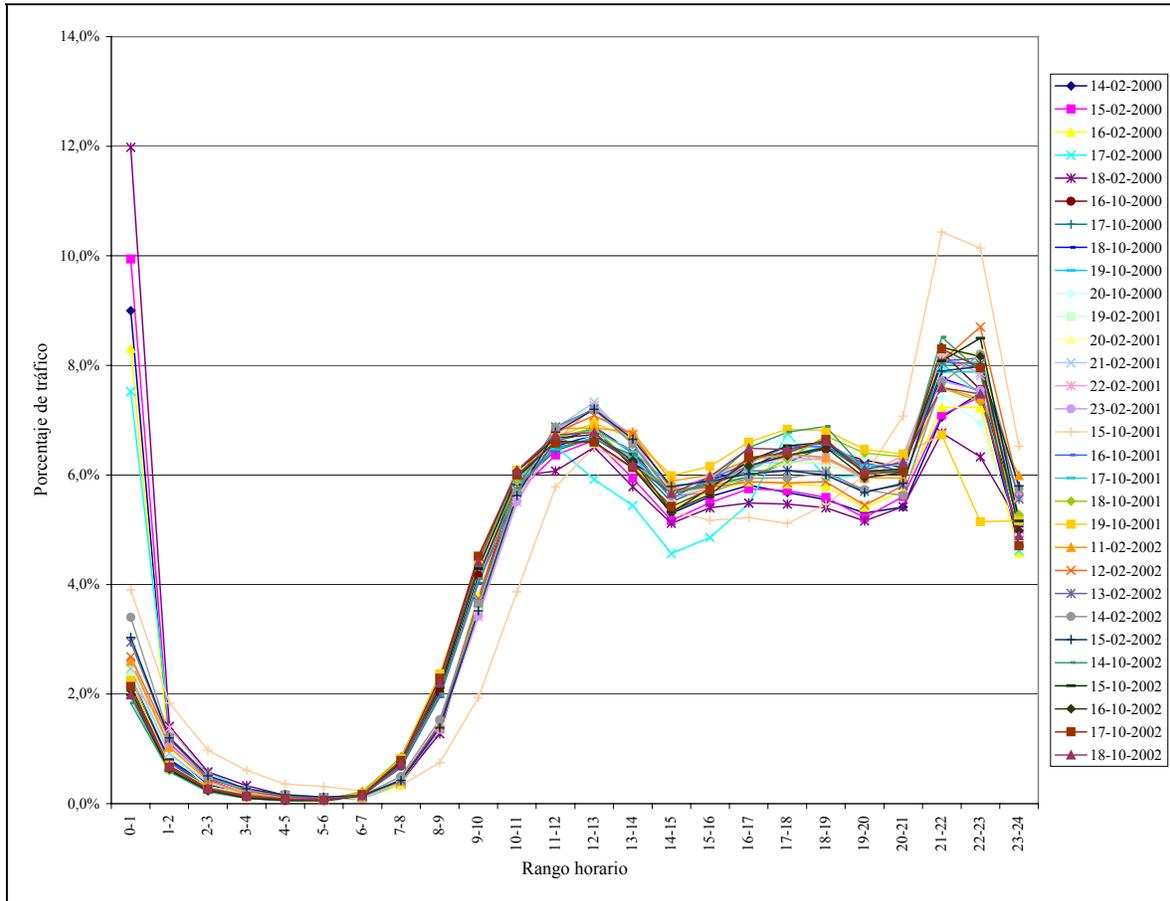


Figura 3: Curva de demanda horaria para Concesionaria 2 (lunes a viernes)



SUBSECRETARIA DE TELECOMUNICACIONES

Informe Respecto de las Consultas y Controversias Planteadas al Informe de Objeciones y Contraproposiciones
 Proceso Tarifario de la Concesionaria M3vil. 2004-2009.

Figura 4: Curva de demanda horaria para Concesionaria 2 (fin de semana)

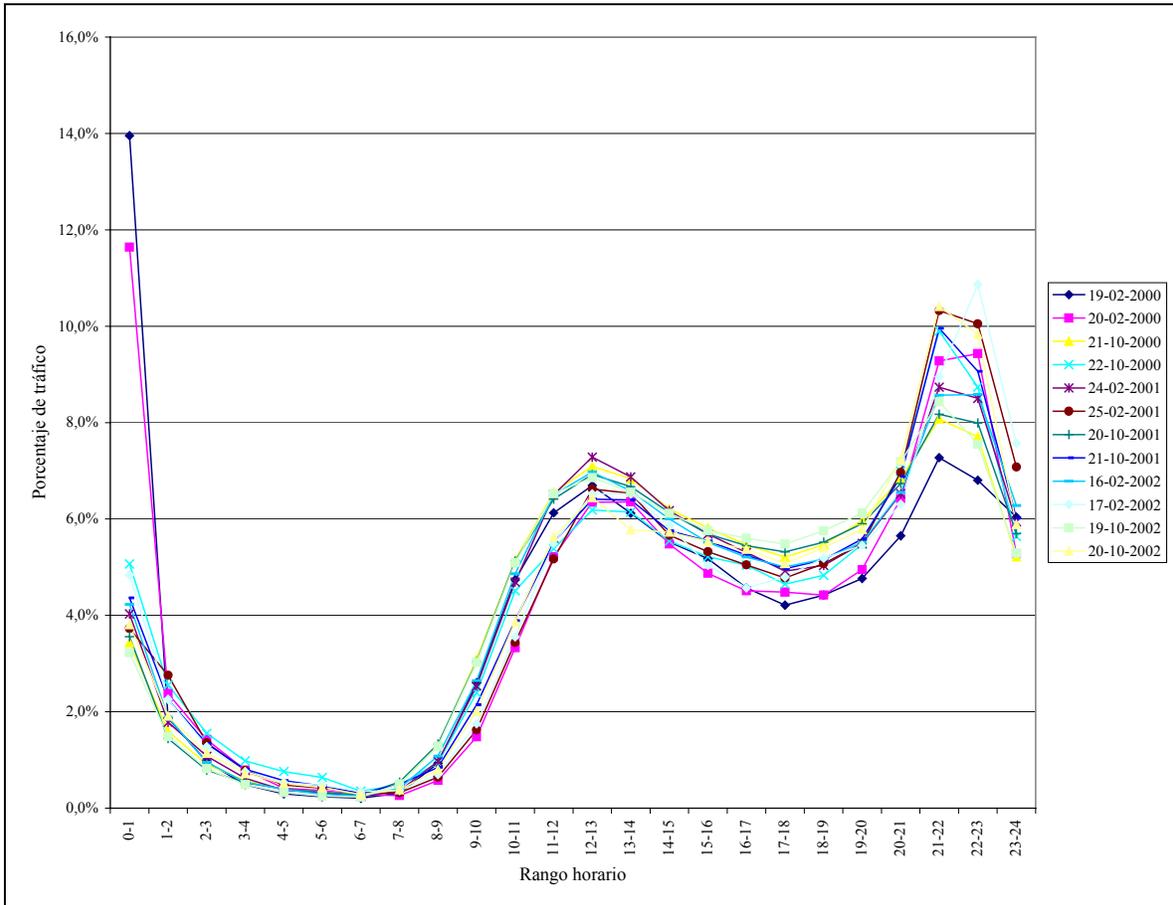


Figura 5: Curva de demanda horaria para Concesionaria 3 (lunes a viernes)

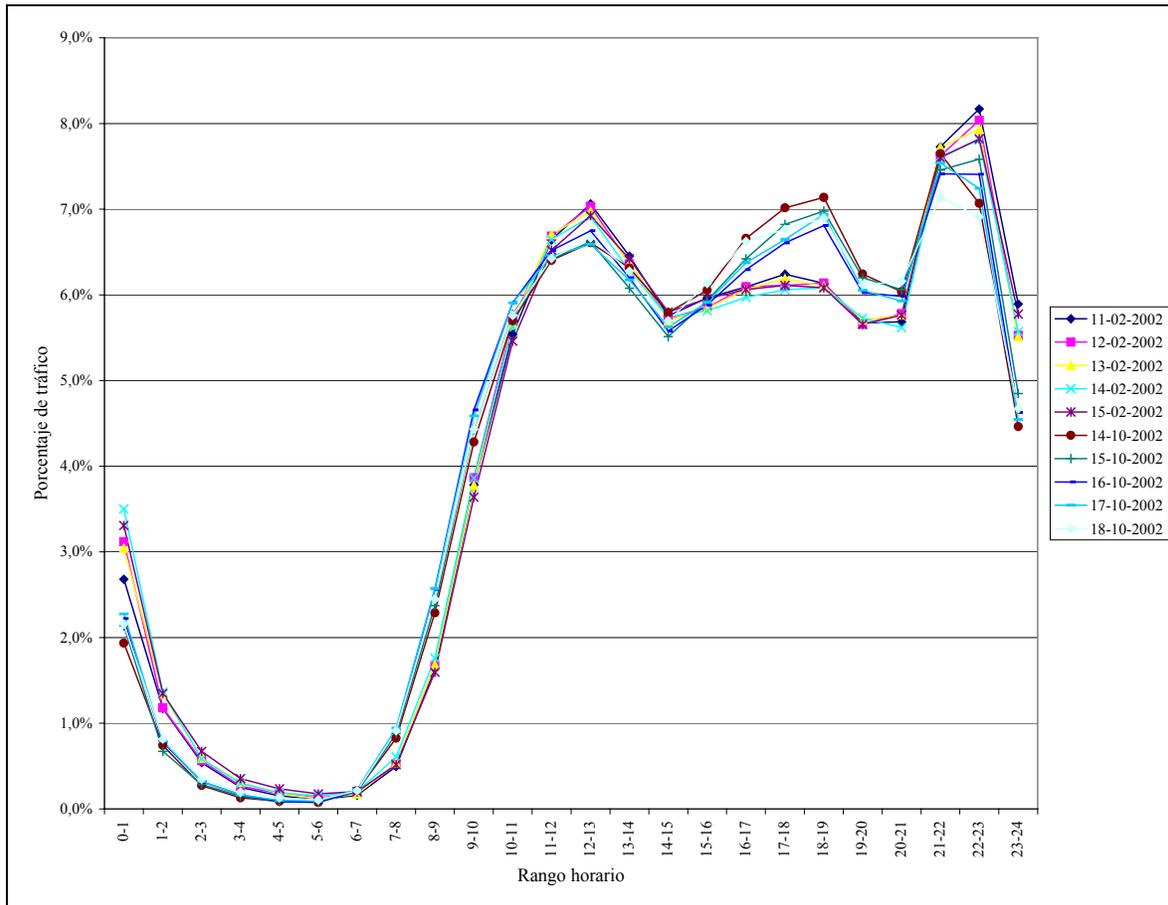


Figura 6: Curva de demanda horaria para Concesionaria 3 (fines de semana)

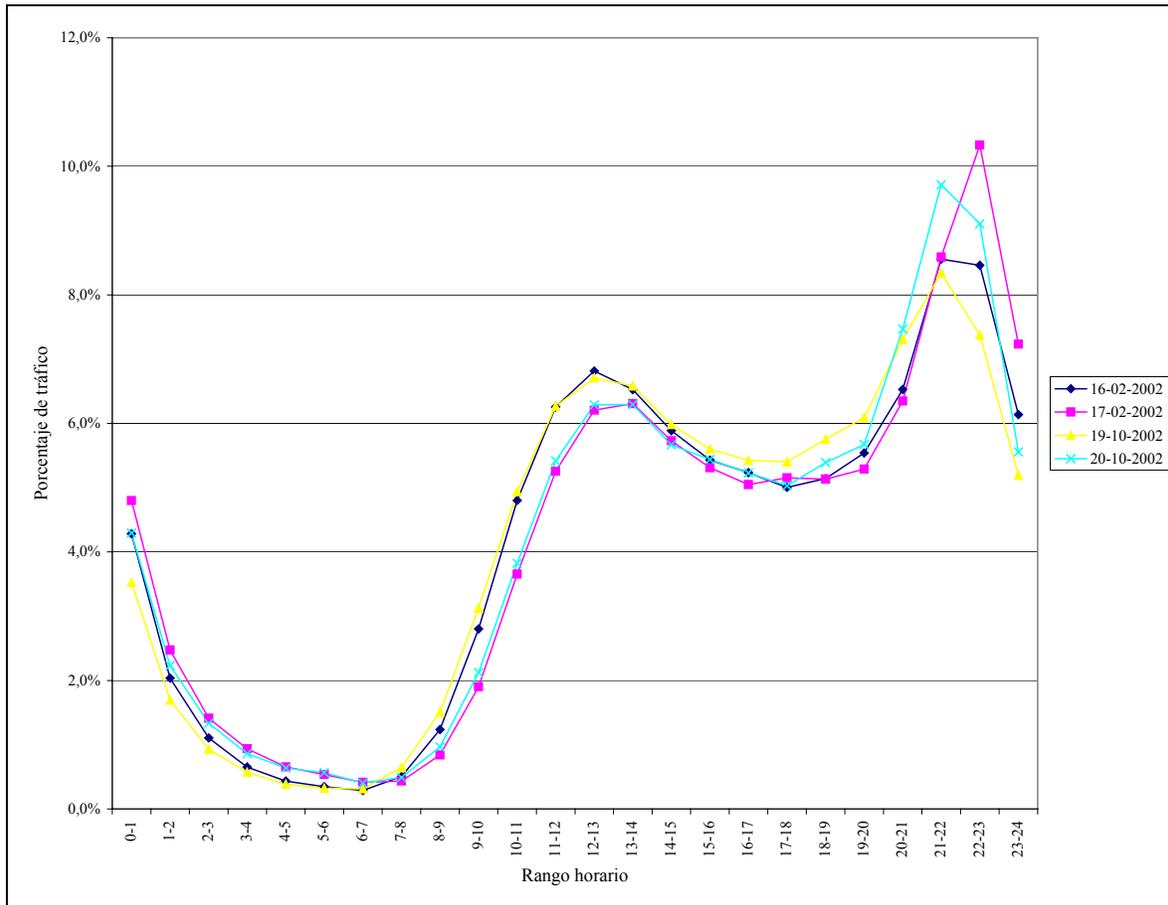




Figura 7: Curva de demanda horaria para Concesionaria 4 (lunes a viernes)

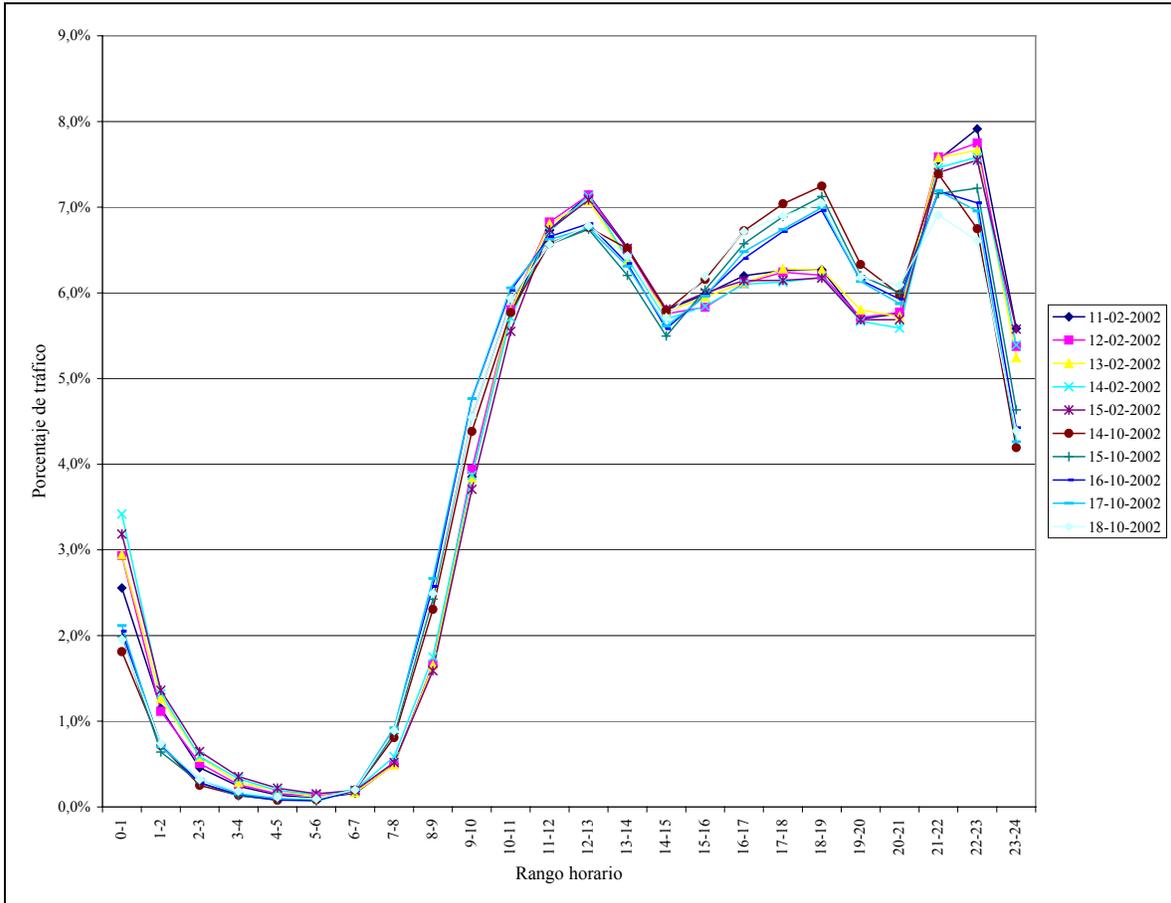


Figura 8: Curva de demanda horaria para Concesionaria 4 (fines de semana)

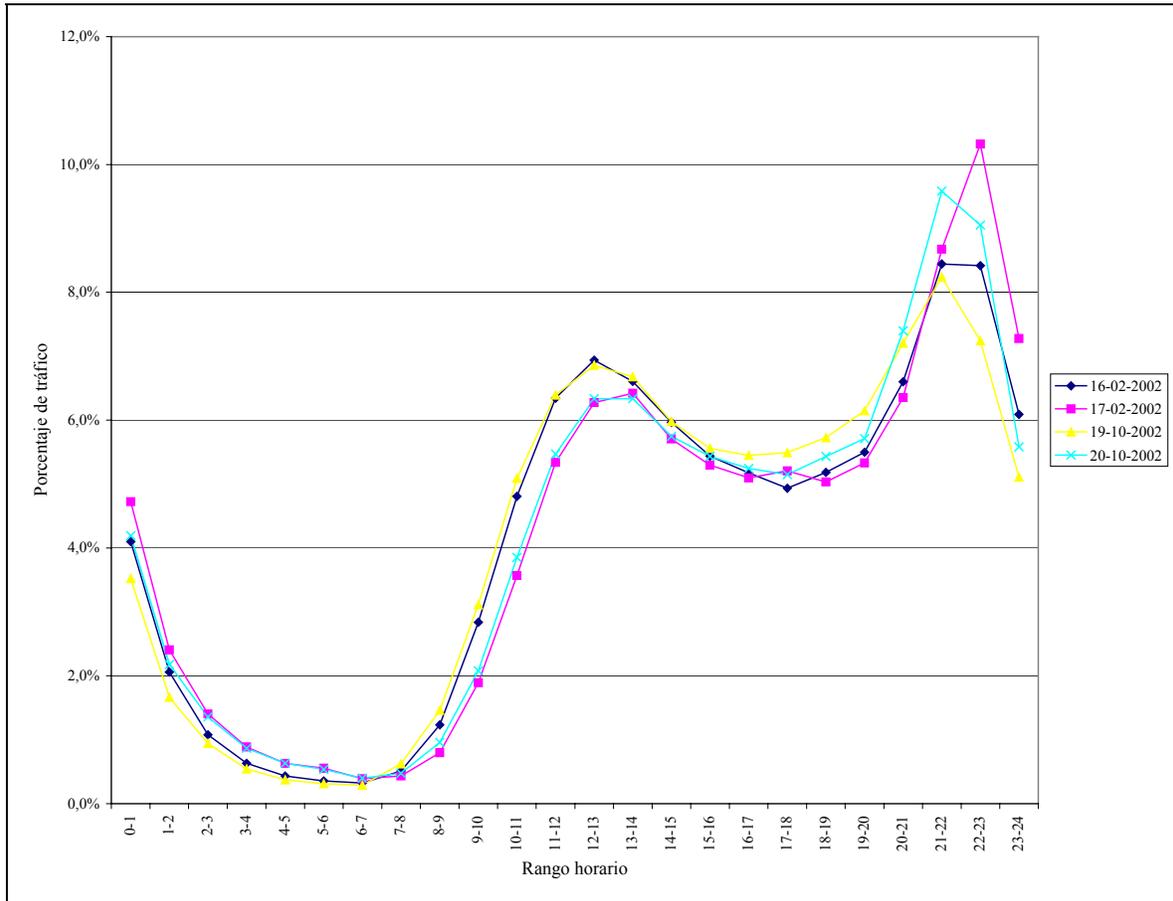
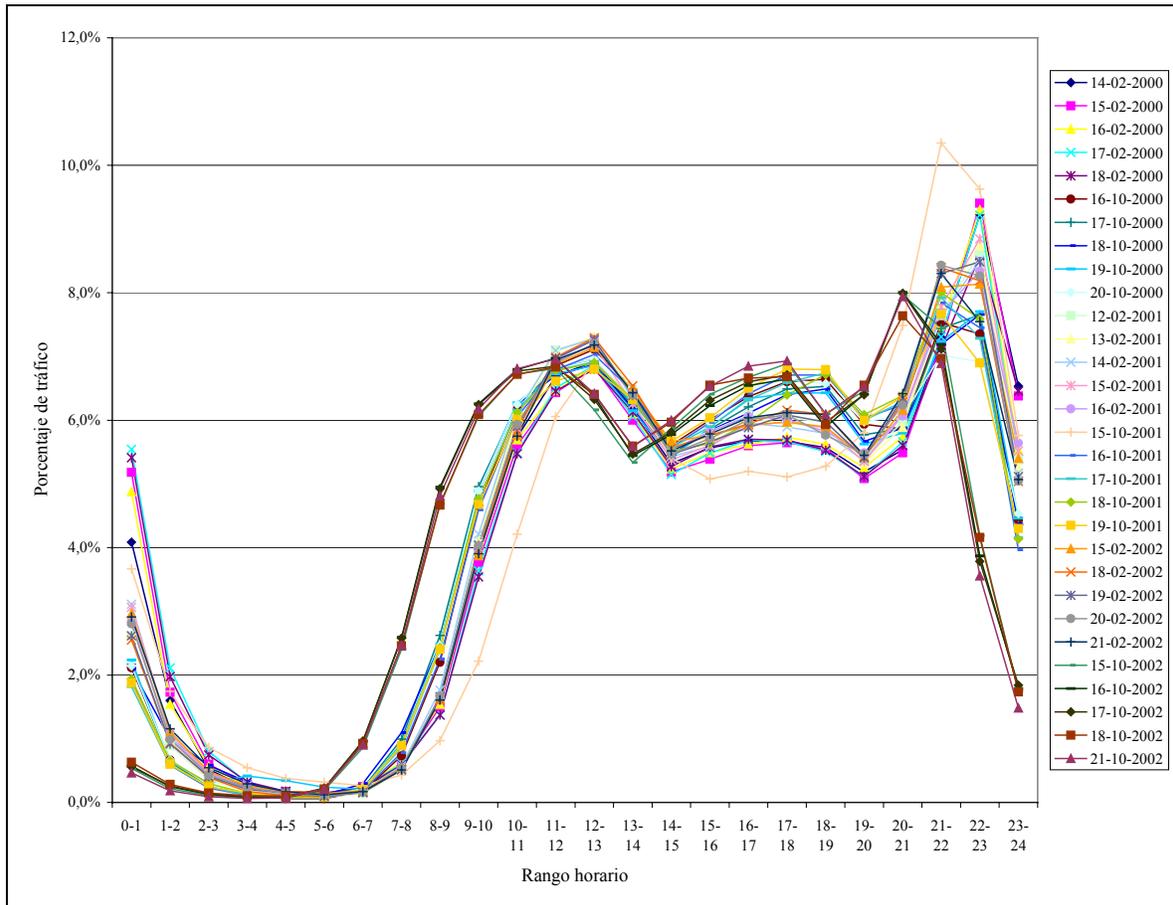


Figura 9: Curva de demanda horaria para Concesionaria 5 (lunes a viernes)

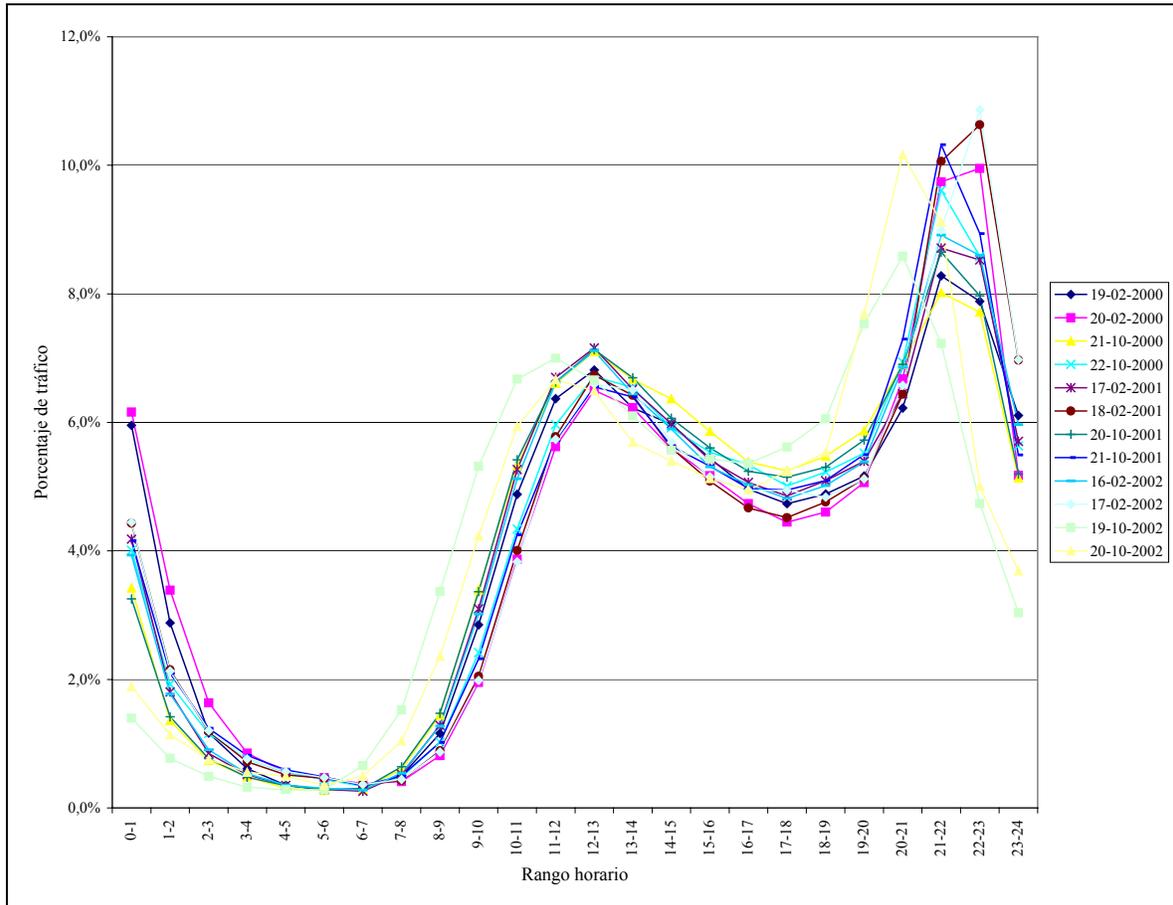


SUBSECRETARIA DE TELECOMUNICACIONES

Informe Respecto de las Consultas y Controversias Planteadas al Informe de Objeciones y Contraproposiciones
 Proceso Tarifario de la Concesionaria M3vil. 2004-2009.



Figura 10: Curva de demanda horaria para Concesionaria 5 (fines de semana)



Utilizando una metodología estándar en el tratamiento de resultados de datos, se promedió el porcentaje de tráfico de cada hora y se le agregaron dos desviaciones estándar, obteniéndose los siguientes factores de concentración en la hora cargada:

Cuadro 1: Factores de concentración en la hora cargada

| | | 2000 | | 2001 | | 2002 | |
|--------------------|-----------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | Febrero | Octubre | Febrero | Octubre | Febrero | Octubre |
| Concesionaria 1 | Lunes a viernes | | 7,54% | 7,86% | 9,95% | 7,75% | 7,84% |
| | Fines de semana | | 11,04% | 12,54% | 11,06% | 11,90% | 10,89% |
| Concesionaria 2 | Lunes a viernes | 12,79% | 8,49% | 8,55% | 11,23% | 9,00% | 8,87% |
| | Fines de semana | 16,07% | 11,57% | 11,77% | 11,59% | 12,95% | 12,22% |
| Concesionaria 3 | Lunes a viernes | | | | | 8,26% | 7,82% |
| | Fines de semana | | | | | 12,04% | 10,97% |
| Concesionaria 4 | Lunes a viernes | | | | | 7,99% | 7,51% |
| | Fines de semana | | | | | 12,06% | 10,81% |
| Concesionaria 5 | Lunes a viernes | 9,80% | 8,12% | 9,00% | 10,60% | 8,82% | 8,21% |
| | Fines de semana | 11,84% | 11,07% | 12,55% | 11,85% | 12,93% | 11,61% |

Para determinar el factor de concentración horaria a utilizar en el diseño de red, se descarta emplear la información proveniente de febrero, debido a que es un mes poco representativo. Por la misma razón, la información proveniente de los fines de semana también se descarta. Luego, el factor de concentración horaria se determina como el máximo de los promedios de los porcentajes de tráfico de cada hora más dos desviaciones estándar.

El resultado que se obtuvo fue 9,50%.

Factor de movilidad (FM)

Este factor toma en cuenta el hecho de que los usuarios del servicio no están fijos, por lo que se produce una diferencia temporal en la intensidad de uso de las estaciones bases.

Según datos proporcionados por las concesionarias en sus estudios tarifarios, este factor varía de un 1,1 a un 1,4; aproximadamente.

Se decidió utilizar un valor promedio igual a 1,25.

Razón entre el tráfico tasado y el tráfico cursado (RTC)

Este parámetro permite dimensionar el tráfico que es cursado en la red a partir del tráfico tasado. La diferencia entre ambos tipos de tráfico se debe básicamente a las llamadas en que el receptor de la comunicación no contesta, está hablando o está fuera del área de cobertura; buzón de voz; servicio al cliente; entre otras.

Según datos proporcionados por las concesionarias, esta razón varía entre 0,67 y 0,74 aproximadamente. Se opta por utilizar un valor de 0,73; que viene a ser el más representativo según los antecedentes presentados por la concesionaria.

Conclusión

Se obtuvo un factor de conversión de minutos a Erlang igual a 0,00012; el que proviene de reemplazar los valores de los parámetros en la expresión del punto 1.

6. Modelo Equilibrio - Elasticidades

Introducción

La determinación de los cargos de acceso finales proviene del equilibrio que debe existir entre la oferta y la demanda por servicios móviles. El modelo de empresa define la oferta de los servicios, mientras que la demanda proviene del modelo ad-hoc hecho para el efecto.

Por el lado de la demanda, el análisis de equilibrio que vamos a presentar descansa básicamente en dos supuestos, a saber, (1) que la elasticidad precio de la demanda es constante y (2) que hay un efecto negativo de la penetración de servicios sobre el flujo unitario de los abonados.

En el análisis de la demanda (flujos y abonados) que se ha realizado por parte de SUBTEL, variables de precio (por minuto, por terminal, etc.) no aparecen como variables explicativas en el modelo, esto básicamente por que no disponemos de tal información para el periodo de muestra (enero 2000 – diciembre 2002). Con ello, nuestras estimaciones deben ser consideradas como tendenciales y obviamente ser corregidas a posteriori por los efectos que los cambios en las tarifas pueden tener sobre la misma.

Hacer la corrección anterior obviamente debería partir de un modelo estructural de demanda donde el precio (como variable genérica) forme parte de la especificación funcional que se ha estimado. En tal sentido, dado que las estimaciones hechas no toman en cuenta tal efecto, estaríamos entonces en serias dificultades para cumplir con el objetivo. Sin embargo, este problema puede ser abordado en forma razonable bajo un supuesto (1) anterior. En efecto, bajo tal hipótesis notemos que, sin pérdida de generalidad, se puede asumir que la forma funcional de la demanda es

$$d_t = p^\delta \cdot f(X, \beta),$$

donde $f(X, \beta)$ es una función por determinar que depende de un vector X (otras variables explicativas de demanda, como una variable tendencial), β es un vector de coeficientes por determinar y d es la elasticidad precio de la demanda. En tal caso, ante un escenario de cambio en los precios, digamos de p_0 (precio inicial o precio del periodo de muestra) a p_1 (nuevo precio a público) el cambio en la demanda sería entonces

$$\Delta d = d_{t,0} \cdot \left[\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^\delta - 1 \right]$$

donde $d_{t,0}$ denota la demanda que habría a los precios iniciales (vale decir, la tendencial ya estimada por nuestro modelo). Por lo tanto, como es obvio, un aumento en los precios (de p_0 a p_1) debería tener un impacto negativo sobre la demanda final correspondiente, siendo dicho cambio aquel dado por la expresión anterior.

De esta manera, bajo supuestos razonables disponemos entonces un método que nos permite corregir la demanda en función de escenarios exógenos de precios (o elasticidades según sea el caso).

Para ello, consideremos el siguiente modelo de flujos:

$$F = [\alpha \cdot Pen^\beta \cdot IMA^\gamma] \cdot A$$

donde F denota flujo móvil total, Pen es la penetración de abonados, A es el número de abonados e IMA denota el índice mensual de actividad económica. A_1 linealizar la expresión anterior queda entonces lo siguiente

$$\text{Log}(FU) = \text{Log}(\alpha) + \beta \cdot \text{Log}(Pen) + \gamma \cdot \text{Log}(IMA)$$

donde FU denota flujo unitario móvil total (F/A).

Usando diversas especificaciones para la expresión anterior en términos de los rezagos, la relación que permite un mejor ajuste de los datos es la siguiente

$$\text{Log}(FU_t) = \text{Log}(\alpha) + \beta \cdot \text{Log}(Pen_t) + \gamma \cdot \text{Log}\left(\frac{IMA_t}{IMA_{t-1}}\right) + \delta \cdot \text{Log}(FU_{t-1})$$

Los resultados de las estimaciones de dicha expresión se resumen en la siguiente tabla

| Variable dependiente: LOG(FU) | | | | |
|-------------------------------|-------------|------------|-------------|-------|
| | Coeficiente | Error Std. | t-Statistic | Prob. |



| | | | | |
|--------------------|-----------|-----------------------|-----------|--------|
| Log(a) | 5.126102 | 0.833176 | 6.152484 | 0.0000 |
| b | -0.212680 | 0.046499 | -4.573879 | 0.0001 |
| g | 0.744226 | 0.119247 | 6.241023 | 0.0000 |
| d | 0.396281 | 0.099009 | 4.002474 | 0.0004 |
| R-squared | 0.946999 | Mean dependent var | 8.964731 | |
| Adjusted R-squared | 0.941870 | S.D. dependent var | 0.122169 | |
| S.E. of regression | 0.029455 | Akaike info criterion | -4.104690 | |
| Sum squared resid | 0.026896 | Schwarz criterion | -3.926936 | |
| Log likelihood | 75.83208 | Durbin-Watson stat | 1.543641 | |

Con esto, la elasticidad penetración en los flujos unitarios es -0.212680. De esta manera, de lo anterior se tiene que

$$FU_t = 168,36 \cdot Pen_t^{-0,21268} \cdot CrecIMA_t^{0,744226} \cdot FU_{t-1}^{0,396281} = \theta_t \cdot Pen_t^{-0,21268}$$

donde *CrecIMA* denota el crecimiento del *IMACEC* y θ_t un valor que depende de t y otras variables, pero no de Pen_t . Por lo tanto, dada una situación donde la penetración inicial es Pen_0 y la final es Pen_1 (cambio en penetración total considerando todo lo demás constante), el efecto neto en el flujo unitario es

$$\Delta FU = FU_0 \cdot \left[\left(\frac{Pen_1}{Pen_0} \right)^{-0,21268} - 1 \right]$$

relación que nos daría cuenta del efecto negativo que tiene la penetración del servicio sobre el flujo unitario. Así, disponemos entonces de una estimación general del efecto penetración sobre flujo unitario, cuestión que a posteriori será de utilidad al momento de cuantificar el efecto de los precios sobre los flujos totales del sistema. En términos de implementación de este efecto en el algoritmo de equilibrio-elasticidades se considerará una aproximación de 1er orden de este efecto para facilitar su cálculo.

En lo que sigue se plantea un algoritmo que nos permitirá converger al equilibrio que finalmente define los cargos de acceso requeridos, considerando para ello los supuestos antes mencionados.

Algoritmo de simulación

Valor inicial del cargo de acceso

Utilizando el modelo de costos y las proyecciones iniciales de demanda se obtiene el nuevo cargo de acceso para el operador, a saber:

$$CA_1$$

Este cargo de acceso garantiza el equilibrio financiero de la empresa modelo. Sin embargo, la empresa modelo no incluye el costo de los aparatos en la determinación de este costo de acceso. De hecho, actualmente las empresas móviles subsidian alguna de sus tarifas, especialmente el precio a público de los aparatos. Una rebaja en este cargo de acceso implicaría una reducción en estos flujos de caja que debe compensarse de alguna forma. La forma en que puede hacerse esta compensación es el núcleo del análisis que sigue: las simulaciones que hemos desarrollado apuntan justamente a tratar de analizar el efecto de un cambio en los cargos de acceso sobre un equilibrio simétrico de mercado.

Caída en los ingresos debido a una reducción en el cargo de acceso

Si el cargo de acceso, CA_1 , es menor que el cargo de acceso que rige actualmente, entonces la empresa sufrirá una reducción en su flujo de caja equivalente a:

$$\Delta IN = (CA_0 - CA_1) \cdot F_0^{fm}$$

donde ΔIN es la disminución en los flujos de caja de la empresa, CA_0 es el cargo de acceso inicial (valor actual del cargo de acceso), y F_0^{fm} son los minutos totales de llamadas desde la telefonía fija hacia la móvil proyectadas inicialmente por el modelo de demanda. Naturalmente, este cálculo se hace considerando los cinco años del período tarifario y utilizando la tasa de costo de capital de la empresa. En otras palabras, se calcula el valor presente de los menores flujos de caja que tendría la empresa en caso de reducirse el cargo de acceso₁.

Recuperación de los flujos perdidos

La empresa puede recuperar los flujos perdidos anteriores por tres vías:

Parte de los flujos se van a recuperar por el mayor tráfico generado desde la telefonía fija hacia la móvil como consecuencia directa de la reducción en los cargos de acceso. Esto equivale a:

$$\Delta R^1 = CA_1 \cdot (F_1^{fm} - F_0^{fm})$$

donde F_1^{fm} son los minutos de tráfico desde la telefonía fija hacia la móvil después de la reducción en el cargo de acceso. Su valor está dado por la siguiente expresión:

$$F_1^{fm} = \xi \cdot F_0^{fm} \cdot \left(1 + \left(\frac{CA_1 - CA_0}{CA_0} \right) \right)^{\eta^{fm}}$$

donde η^{fm} es la elasticidad precio del flujo fijo-móvil, que es un parámetro exógeno en las simulaciones, y donde además ξ es el factor que da cuenta de la reducción del número de

abonados móviles a los cuales se puede llamar desde un teléfono fijo, es decir ξ depende del impacto de las elasticidades sobre el número de abonados móviles, y por lo tanto varía en cada iteración.

Por otro lado el flujo F_0^{fm} se ve afectado por la dinámica del número de líneas fijas en el quinquenio. Para estos fines se asumió un comportamiento exógeno creciente para los próximos 5 años. Los efectos de F_0^{fm} y ξ se han implementado explícitamente en la iteraciones de equilibrio-elasticidad que calculan los precios de equilibrio, en particular el cargo de acceso de equilibrio.

Otra forma de recuperar ingresos es reduciendo el subsidio con que las empresa actualmente venden los equipos a sus abonados. Definiendo P_0^A como el precio inicial a público de los aparatos y CA como el costo para la empresa de cada aparato, ambos parámetros exógenos de la simulación, el subsidio inicial, S_0^A , es:

$$P_0^A = C^A - S_0^A$$

Así la empresa puede aumentar sus ingresos reduciendo el subsidio que otorga por el aparato de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\Delta R^2 = (C^A - S_1^A) \cdot D_1^A - (C^A - S_0^A) \cdot D_0^A$$

donde S_1^A es el nuevo subsidio, D_0^A es la demanda inicial por aparatos (que depende tanto de los nuevos subscriptores según el crecimiento de la demanda por teléfonos móviles y de una fracción de los subscriptores existentes que renuevan sus equipo) y D_1^A es la demanda por aparatos dado el nuevo subsidio. Esta demanda está dada por:

$$D_1^A = D_0^A \cdot \left(1 + \left(\frac{S_0^A - S_1^A}{C^A - S_0^A} \right) \right)^{\eta^A} \cdot \left(1 + \left(\frac{P_1^{mf} - P_0^{mf}}{P_0^{mf}} \right) \right)^{\eta^{Ap}} \\ \cdot \left(1 + \left(\frac{P_1^{mmo} - P_0^{mmo}}{P_0^{mmo}} \right) \right)^{\eta^{Ap}} \cdot \left(1 + \left(\frac{P_1^{mmp} - P_0^{mmp}}{P_0^{mmp}} \right) \right)^{\eta^{Ap}}$$

donde η^A es la elasticidad de demanda por aparatos, η_p^A es la elasticidad cruzada de la demanda por aparatos con respecto al precio por minuto de una llamada por celular. Esta elasticidad constante de asume idéntica para los distintos tipos de llamadas (móvil-fijo, móvil-móvil de otro operador y móvil-móvil de red propia). Los precios de cada una de estas llamadas se discuten más abajo.

Finalmente la empresa también puede recuperar ingresos modificando las tarifas por llamada de sus subscriptores. Aquí se pueden distinguir tres servicios distintos: las llamadas de móviles a la red fija (cuyo flujo y precio se definen como F^{mf} y P^{mf} , respectivamente),

las llamadas de móviles propios a móviles de otras empresas (cuyo flujo y precio se definen como F^{mmo} y P^{mmo} , respectivamente) y las llamadas de móviles a otros móviles dentro de la misma red de la empresa (cuyos flujos se definen como F^{mmp} y P^{mmp} , respectivamente). Suponiendo que los flujos de entrada y salida de llamadas entre empresas móviles están equilibrados, el cambio en ingresos dada una modificación de estos precios sería:

$$\begin{aligned}\Delta R^3 = & (P_1^{mf} - C^{tf}) \cdot F_1^{mf} - (P_0^{mf} - C^{tf}) \cdot F_0^{mf} \\ & + P_1^{mmo} \cdot F_1^{mmo} - P_0^{mmo} \cdot F_0^{mmo} \\ & + P_1^{mmp} \cdot F_1^{mmp} - P_0^{mmp} \cdot F_0^{mmp}\end{aligned}$$

donde C^{tf} es el cargo de acceso que pagan las empresa móviles por llamadas que terminan en la red de telefonía fija. Los últimos dos términos se pueden juntar si se asume que el precio pagado por un cliente es igual para las llamadas que terminan en la red propia o en una red móvil ajena.

Obviamente los nuevos flujos dependen de sus respectivas elasticidades. Sin embargo, y tal como se ha mencionado anteriormente, hay otro detalle adicional que se debe tener en cuenta en el análisis, a saber, que la penetración tiene un efecto negativo sobre el flujo unitario. De lo hecho en sección anterior, sabemos que:

$$\Delta FU = FU_0 \cdot \left[\left(\frac{Pen_1}{Pen_0} \right)^{-0,21268} - 1 \right],$$

lo cual nos permitirá convergir los flujos unitarios (y por ende totales), ante cambios en la penetración del servicio. Una aproximación de 1er orden de este efecto es la que se implementó en el modelo de equilibrio-elasticidad.

Así, los nuevos flujos vienen dados por:

$$\begin{aligned}F_1^{mf} &= F_0^{mf} (S_1^A) \cdot \left(1 + \left(\frac{P_1^{mf} - P_0^{mf}}{P_0^{mf}} \right) \right)^{\eta^{mf}} \\ F_1^{mmo} &= F_0^{mmo} (S_1^A) \cdot \left(1 + \left(\frac{P_0^{mmo} - P_1^{mmo}}{P_0^{mmo}} \right) \right)^{\eta^{mmo}} \\ F_1^{mmp} &= F_0^{mmp} (S_1^A) \cdot \left(1 + \left(\frac{P_0^{mmp} - P_1^{mmp}}{P_0^{mmp}} \right) \right)^{\eta^{mmp}}\end{aligned}$$

donde se hace explícito la dependencia de los flujos iniciales al subsidio determinado en el punto (2).

En las simulaciones hechas, en la medida que cambia el subsidio a los aparatos, y por ende el número de subscriptores, se calcula la nueva tasa de penetración de la telefonía móvil utilizando los datos de población contenidos en el estudio de demanda. Posteriormente, utilizando los parámetros del modelo de demanda estimado para los flujos promedio por abonado y la nueva tasa de penetración (ver Sección 1), se calcula el nuevo valor del flujo promedio por abonado. Finalmente, este valor promedio es multiplicado por el nuevo número de abonados para calcular los flujos agregados antes de aplicar las fórmulas de elasticidad. El efecto del cambio de estos precios sobre el número de abonados viene dada por la ecuación de demanda por equipos del punto (2).

Restablecer el equilibrio financiero de la empresa

Tomando los desarrollos de los puntos anteriores, se deben encontrar las nuevas tarifas de tal forma que los flujos de caja que pierde la empresa por la reducción del cargo de acceso sean iguales a los flujos de caja adicionales que generan los cambios en las tarifas. Esto ocurre cuando:

$$\Delta IN = \Delta R^1 + \Delta R^2 + \Delta R^3$$

es decir,

$$\begin{aligned} \Delta IN - \Delta R^1 = & (C^A - S_1^A) \cdot D_1^A(S_1^A, \mathbf{P}_1^{mf}, \mathbf{P}_1^{mmo}, \mathbf{P}_1^{mmp}) - (C^A - S_0^A) \cdot D_0^A \\ & + (\mathbf{P}_1^{mf} - C^{tf}) \cdot F_1^{mf}(\mathbf{P}_1^{mf}, S_1^A) - (P_0^{mf} - C^{tf}) \cdot F_0^{mf} \\ & + \mathbf{P}_1^{mmo} \cdot F_1^{mmo}(\mathbf{P}_1^{mmo}, S_1^A) - P_0^{mmo} \cdot F_0^{mmo} \\ & + \mathbf{P}_1^{mmp} \cdot F_1^{mmp}(\mathbf{P}_1^{mmp}, S_1^A) - P_0^{mmp} \cdot F_0^{mmp} \end{aligned}$$

donde las variables en negrita son las variables endógenas del problema y donde se ha explicitado que los flujos de tráfico dependen de su propio precio y del subsidio a los aparatos de acuerdo a la discusión de la sección anterior.

Una disminución del subsidio al aparato tendría un efecto en los ingresos directamente por la venta de los aparatos como por su efecto indirecto en los flujos de tráfico. Un cambio en el precio de una llamada, por el contrario, sólo afecta el ingreso por el efecto sobre los ingresos generados por ese flujo.

Para reestablecer el equilibrio se busca un punto fijo en todas las variables endógenas para que se cumpla la condición anterior. Como hay cuatro variables de precios y sólo una ecuación, el modelo está sobredeterminado. Por lo tanto para resolverlo existen varias opciones. A continuación se describe la opción escogida.

Sobre los Precios Técnicos

SUBSECRETARIA DE TELECOMUNICACIONES

Se considera como perturbación inicial del sistema, a aquellos precios que se determinan a partir del autofinanciamiento por cada uno de los servicios, considerando la estimación de demanda tendencial (móvil a móvil propio, móvil a móvil otros operadores y móvil a fijo). Esta variación de precios, es la que sumado a las elasticidades y el factor de impacto en el flujo unitario, determinará los nuevos niveles flujo y abonados.

Solución de la Ecuación de Balance Financiero

Se resuelve el siguiente problema de optimización no lineal con la ecuación de equilibrio financiero como restricción.

$$\text{Min} \left\{ \left(\frac{p_1^{mf} - p_0^{mf}}{p_0^{mf}} \right)^2 + \left(\frac{p_1^{mmo} - p_0^{mmo}}{p_0^{mmo}} \right)^2 + \left(\frac{p_1^{mmp} - p_0^{mmp}}{p_0^{mmp}} \right)^2 + \left(\frac{s_1 - s_0}{s_0} \right)^2 \right\}$$

s.a.

$$F(\overset{r}{p}_1) = 0 \quad \text{: Ecuación de balance financiero}$$

$$\overset{r}{p}_1 = [p_1^{mf}, p_1^{mmo}, p_1^{mmp}, s_1]$$

Es importante señalar en este punto que la ecuación de balance financiero dependerá de los cargos de acceso que se calculen en cada iteración del algoritmo equilibrio-elasticidades.

La incorporación de un criterio u objetivo a minimizar convierte el problema original de solucionar la ecuación de balance financiero en este problema optimización. Luego el problema se transforma en encontrar el punto de equilibrio financiero más cercano a la condición de precios actual. La solución de este problema de optimización se hace vía las condiciones de primer orden de Kuhn Tucker, la cual introduce nuevas ecuaciones adicionales al problema original, eliminando así la indeterminación de tener más variables que incógnitas en el problema original. Es importante mencionar que en la función objetivo del problema de optimización se esta calculando la distancia entre los precios porcentuales.

Para la aplicación de las condiciones de Kuhn-Tucker. Se plantea el Lagrangeano del problema, que incluye un multiplicador asociado a la restricción de balance financiero:

$$L = \frac{1}{2} \|\overset{r}{p}_1 - \overset{r}{p}_0\|^2 + \lambda F(\overset{r}{p}_1)$$

Luego las condiciones de primer orden de KKT nos entregan el siguiente sistema no-lineal:

$$\frac{\partial L(\overset{r}{p}_1, \lambda)}{\partial p_{1i}} = p_{1i} - p_{0i} + \lambda \frac{\partial F(\overset{r}{p}_1)}{\partial p_{1i}} = 0$$

$$\frac{\partial L(\mathbf{p}_1, \lambda)}{\partial \lambda} = F(\mathbf{p}_1) = 0$$

La resolución numérica de este sistema nos entrega entonces una solución para el balance financiero. El algoritmo numérico que calcula se obtiene directamente de las subrutinas de resolución de ecuaciones no-lineales de Excel.

Iterar sobre el cargo de acceso

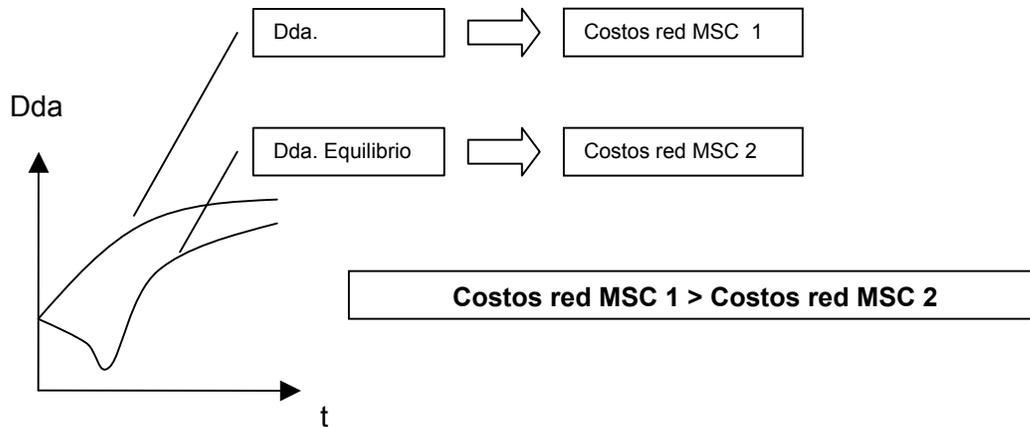
Una vez que se ha encontrado un vector de precio que re-establece el equilibrio financiero de la empresa, habrá un nuevo vector de salida para las variables de demanda, digamos:

$$\left(F_1^{fm}, D_1^A, F_1^{mf}, F_1^{mmo}, F_1^{mmp} \right)$$

el cual no coincidirá necesariamente con el vector que se utilizó originalmente para calcular el cargo de acceso, C_1^A . Puesto que la empresa modelo no está diseñada para suplir óptimamente esta nueva demanda, con el nuevo vector de demanda se calcula un nuevo cargo de acceso, C_2^A . Luego se itera sobre los pasos anteriores hasta que se satisfagan los criterios de parada del algoritmo, los cuales consideran las diferencias entre las demandas y los precios entre la iteración (n) y la (n-1). Así la última iteración entrega la demanda y el cargo de acceso final bajo el supuesto mencionado.

Acerca del dimensionamiento de las capacidades de los Switch y el proceso iterativo que converge a un equilibrio:

En lo que respecta a las necesidades de capacidad de la red de MSC o Switch en las iteraciones Demanda-Elasticidad que llevan a un equilibrio, es fundamental puntualizar que en estricto rigor por cada iteración de este proceso se deberían re-estimar las capacidades de los MSC, es decir que, si por ejemplo partimos con una cierta capacidad de la red de MSC en el año cero y luego por efecto de una baja en los cargos de acceso, bajan los tráficos entonces no se debieran adquirir nuevas tarjetas para los MSC. Esto llevaría a un uso más eficiente de la red. Sin embargo en el proceso iterativo equilibrio-elasticidades propuesto se toma un criterio que produce holgura en la red, a saber, se parte con el dimensionamiento de la red de MSC para la demanda tendencial y luego se mantiene esta estructura. Por lo tanto si disminuyen los cargos de acceso propuesta las diferentes demandas que arroje el proceso iterativo nunca sobrepasaran la demanda tendencial y luego siempre habrá holgura suficiente en la red de switch para satisfacer estas.



Detalle del Procedimiento del Método

Se supone la siguiente información como entrada para el método:

| | | |
|-------------|---|--|
| \vec{D}_0 | : | Estimación de demanda original |
| \vec{P}_0 | : | Vector de precios a público vigente (tarifas por tráfico y precio de equipo) |

Luego se asume que a este nivel de precios y demanda la empresa se vuelve eficiente, con lo que se pueden determinar los nuevos cargos de acceso y las tarifas y subsidios eficientes: Sea

$$Eff(\vec{D}_0, \vec{P}_0) = \vec{P}_1$$

una función que permite calcular los nuevos precios eficientes de la empresa (Modelo de Empresa Eficiente).

Ahora, con los nuevos precios, se consideran los siguientes efectos:

- La empresa sufre una variación en sus ingresos, perdiendo así su equilibrio financiero
- La demanda se ve afectada vía elasticidades por el nuevo nivel de precios.

Considerando como perturbación inicial del sistema el cambio de precios y con las elasticidades precio demanda conocidas, se procede a calcular el nuevo nivel de demanda

$$\overset{P}{D}_1.$$

Con este nuevo nivel demandas comienza el ciclo de las iteraciones que buscan establecer el balance financiero de la empresa.

Entonces si

$$Elas(\overset{P}{P}_1, \psi) = \overset{P}{D}_1$$

es una función que permite calcular la nueva demanda, dado un nivel de precios y la matriz de elasticidades. Luego el problema a resolver es encontrar el punto fijo en la demanda de la siguiente ecuación:

$$Elas(Eff(\overset{P}{D}_{n-1}, \overset{P}{P}_n), \psi) = \overset{P}{D}_n$$

Comentarios finales

La explicación anterior tuvo como propósito entregar la intuición de las simulaciones realizadas con el modelo. Sin embargo, en la práctica las fórmulas del algoritmo son un poco más elaboradas por cuanto se desagregó entre clientes de pre-pago y contrato, tanto para los abonados como los flujos, y se consideró el impacto para todos los años del período tarifario.

Acerca del dimensionamiento de las capacidades de los Switch y el proceso Iterativo que converge a un equilibrio en el modelo SUBTEL

En lo que respecta a las necesidades de capacidad de la red de MSC o Switch en las iteraciones Demanda-Elasticidad que llevan a un equilibrio, es fundamental puntualizar que en estricto rigor por cada iteración de este proceso se deberían re-estimar las capacidades de los MSC, es decir que, si por ejemplo partimos con una cierta capacidad de la red de MSC en el año cero y luego por efecto de una baja en los cargos de acceso, bajan los tráficos entonces no se debieran adquirir nuevas tarjetas para los MSC. Esto llevaría a un uso más eficiente de la red. Sin embargo en el proceso iterativo propuesto por SUBTEL se toma un criterio que produce holgura en la red, a saber, se parte con el dimensionamiento de la red de MSC para la demanda tendencial y luego se mantiene esta estructura. Por lo tanto como producto de la baja de cargos de acceso propuesta por SUBTEL la demanda en el proceso iterativo nunca sobrepasará la tendencial y luego siempre habrá holgura suficiente para satisfacer las demandas que se produzcan en el proceso iterativo, incluso capacidad ociosa. Una corrección de este punto en el proceso iterativo llevará necesariamente a una baja en los cargos de acceso.